Philosophy of Science, Institute for Humanities and Cultural Studies (IHCS)
Biannual Journal, Vol. 13, No. 2, Autumn and Winter 2023-2024, 139-165
https://www.doi.org/10.30465/ps.2024.49235.1732

Sadr's Interpretation of Probability and the Paradoxes of the Principle of Indifference

Alireza Kazemi*

Abstract

According to the principle of indifference, we have to attribute equal probabilities to the alternatives that are equally possible. Further to be intuitive in its own right, the principle of indifference plays an important role in some of the interpretations of probability. Nonetheless, a group of paradoxes has been found against this principle which seriously challenges its consistency. In this paper, I argue that the rules that M. Baqer Sadr has developed in his "Brief Knowledge" interpretation of probability, particularly the governance principle, provide distinctive resources for offering a novel, coherent, and plausible answer to all of these paradoxes. Consequently, it not only vindicates the principle of indifference from the charge of inconsistency but also lends credence to Sadr's theory of probability.

Keywords: The Principle of Indifference; Classical Interpretation of Probability; Brief Knowledge Interpretation of Probability; M. Baqer Sadr; Bertrand's Paradox; Wine-Water Paradox.

* Assistant Professor, Analytical Philosophy Research Institute, Fundamental Knowledge Research Institute (IPM), ark0069@gmail.com

Date received: 07/10/2023, Date of acceptance: 03/01/2024

فلسفهٔ علم، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
دوفصل‌نامهٔ علمی (مقالهٔ پژوهشی)، سال ۱۳، شمارهٔ ۲، پاییز و زمستان ۱۴۰۲

نظریهٔ احتمال شهید صدر و پارادکس‌های اصل عدم تفاوت

علیرضا کاظمی*

چکیده

مطابق اصل عدم تفاوت، اِسناد احتمال در حالتی که بین چند امر ممکن مردد هستیم و هیچ دلیلی برای ترجیح یکی بر دیگری نداریم، باید به صورت مساوی صورت پذیرد. اصل عدم تفاوت اصلی شهودی در فلسفه احتمال محسوب می‌شود و در برخی از تفاسیر احتمال نقشی محوری ایفا می‌کند. با این حال مجموعه‌ای از پارادکس‌ها علیه این اصل توسعه داده شده است که سازگار بودن آن را مورد چالش جدی قرار داده است. در این مقاله استدلال می‌کنم که قواعدی که در تفسیر علم اِجمالی از احتمال شهید صدر وجود دارد، بالأخص قاعده حکومت، ظرفیت ارائه یک پاسخ بدیع، منسجم و معقول را به تمام پارادکس‌های اصل عدم تفاوت فراهم می‌کند. این امر نه تنها می‌تواند اصل عدم تفاوت را از چالش ناسازگاری تبرئه کند، بلکه به طور غیرمستقیم نظریه احتمال شهید صدر را نیز تقویت می‌کند.

کلیدواژه‌ها: اصل عدم‌تفاوت، تفسیر کلاسیک احتمال، تفسیر علم اِجمالی از احتمال، شهید صدر، پارادکس برتراند، پارادکس آب-شراب

۱. مقدمه

اصل عدم تفاوت (The Principle of Indifference) یکی از اصول شهودی در اِسناد احتمال است. مطابق یک صورت‌بندی کلی از این اصل، در شرایطی که دلیلی برای ترجیح میان امکان‌های مختلف نباشد، هرکدام از گزینه‌ها بایستی احتمالی مساوی داشته باشند. گرچه نام‌گذاری اصل عدم تفاوت به کینز (۱۹۲۱) باز می‌گردد، ولی ریشه‌های این اصل قدیمی‌تر است و اساساً تفسیر کلاسیک از چیستی احتمال که به آثار لاپلاس، برنولی و لایبنیتز در قرن هفدهم باز

* استادیار پژوهشکده فلسفه تحلیلی، پژوهشگاه دانش های بنیادی (IPM)، ark0069@gmail.com
تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۱۵، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۰/۱۳

می‌گردد متکی بر پذیرش اصل عدم تفاوت است. برای مثال در پرتاب یک سکه، دو امکان شیر یا خط وجود دارد و در شرایطی که دلیلی برای ترجیح وجود ندارد (برای مثال دلیلی نداریم که سکه سوگیری داشته باشد)، باید به شیر یا خط آمدن، احتمال مساوی نسبت دهیم. البته اهمیت اصل عدم تفاوت منحصر در تفسیر کلاسیک احتمال نیست و شامل تفسیر منطقی از احتمال و همچنین نسخه‌هایی از تفسیر بیزگرایانه از احتمال نیز می‌شود. به طور مشخص تفسیر بیزگرایانه از احتمال که امروزه بسیار مورد توجه و اقبال است به دو نسخه بیزگرایی عینی (Objective Bayesianism) و بیزگرایی ذهنی (Subjective Bayesianism) تقسیم می‌شود و یکی از وجه ممیزه‌های بیزگرایی عینی تلاش برای مقیدکردن احتمالات پیشین بر اساس قیودی است که یکی از مطرح‌ترین این قیدها اصل عدم تفاوت و نسخه‌های پیچیده‌تر آن مانند اصل بیشینه‌سازی آنتروپی (Entropy Maximization) است (Williamson, 2010: 21-25). بنابراین می‌توان گفت که اصل عدم تفاوت علاوه بر قوت شهودی اولیه به طرق مختلف در فلسفه احتمال نقش بازی می‌کند.

با این وجود، مجموعه‌ای از پارادکس‌ها علیه اصل عدم تفاوت یافت شده است که خدشه‌ای جدی بر قابل دفاع بودن این اصل وارد کرده است. جدی‌ترین این پارادکس‌ها شامل پارادکس وَتَر برتراند (Bertrand's Chord Paradox)، پارادکس آب–شراب فُن‌میزز (Von Mises's Wine-Water Paradox) و پارادکس کارخانه مکعب‌سازی وَن‌فراسِن (van Fraassen's Cube Factory Paradox) می‌شود. همین پارادکس‌ها سبب شده است که تفسیر کلاسیک و منطقی احتمال و همچنین نسخه‌هایی از بیزگرایی عینی که متکی بر این اصل هستند نیز بالتبع مورد خدشه جدی واقع شوند. روح حاکم بر تمام این پارادکس‌ها یک امر واحد است: این که شرایطی وجود دارد که کاربست اصل عدم تفاوت، منجر به اِسناد احتمال‌های متعارض می‌شود و از آن جا که احتمال به عنوان یک تابع بایستی هر ورودی را به تنها یک خروجی ببرد، اصل عدم تفاوت نمی‌تواند در اِسناد احتمال به کار رود. بررسی و تلاش برای پاسخ به پارادکس‌های اصل عدم تفاوت ادبیات گسترده‌ای را در فلسفه احتمال ایجاد کرده است که هیچ‌کدام از راه‌حل‌ها مقبولیت عام نیافته‌اند (برای یک مطالعه گسترده و اخیر به شَکِل ۲۰۲۴ نگاه کنید). خود تکثر راه‌حل‌های ارائه شده در ادبیات دلالت بر عدم وفاق بر راه حل این پارادکس‌ها دارد و همین امر سبب شده است که اصل وجود راه حل برای این پارادکس‌ها مورد تردید جدی واقع شود (Rowbottom 2013؛ Shackel and Rowbottom 2019).

نظریه استقراء شهید صدر (۲۰۰۸) که در کتاب «پایه‌های منطقی استقراء» ایشان توسعه یافته است مبتنی بر یک نظریه احتمال است که نظریه علم اِجمالی نامیده می‌شود. به طور کلی می‌توان گفت که این نظریه یک نسخه پیشرفته از نظریه کلاسیک احتمال است که در آن تلاش شده است نظریه کلاسیک با مجموعه‌ای از قیود شهودی توسعه یابد. گرچه شهید صدر به برخی از مشکلات نظریه کلاسیک احتمال عنایت داشته است، با این وجود هیچ کدام از پارادکس‌های مشهور اصل عدم تفاوت در کتاب ایشان مورد بحث قرار نگرفته است. آثار دیگری نیز که در مورد نظریه اِحتمال شهید صدر نگاشته شده است، من جمله آثار شرحی و انتقادی، نسبت به این پارادکس‌ها ساکت بوده‌اند (برای مثال نگاه کنید به ابورغیف، ۱۳۸۲؛ جان‌نثاری و ذکیانی، ۱۳۸۹، حیدری، ۲۰۰۵؛ سروش، ۱۳۸۸: ۴۲۶–۴۶۷؛ محمد، ۲۰۰۵؛ مروارید، ۱۳۸۸الف؛ مروارید ۱۳۸۸ب؛ مصباح، ۱۳۸۷: ۱۵۷–۱۶۰). مجتبی مصباح به پارادکس‌های اصل بی‌تفاوتی به طور تفصیلی پرداخته است و در اثناء بحث اشاره‌ای به نظریه احتمال شهید صدر داشته است (مصباح، ۱۳۸۷: ۱۵۷–۱۶۰). با این وجود ایشان از شهید صدر راه‌حلی برای حل پارادکس‌های بحث شده در این مقاله استخراج و بحث نمی‌کنند و به بررسی مسائل ساده‌تری که توسط خود شهید صدر بحث شده است، و نقد راه‌حل ایشان به این مسائل اکتفا می‌کنند. محمود مروارید نیز به تفصیل در مورد نظریه احتمال شهید صدر بحث نموده است ولی در انتها به ذکر پارادکس‌های احتمال هندسی بسنده می‌کند و بحث و راه‌حلی در مورد آن‌ها ارائه نکرده است (مروارید، ۱۳۸۸ب: ۳۱–۳۲).. در این مقاله نشان خواهم داد که نظریه احتمال شهید صدر ظرفیتی قابل توجه ولی مغفول برای ارائه پاسخی بدیع، شهودی، منسجم و واحد به تمام پارادکس‌های اصل عدم تفاوت دارد. در واقع آن طور که استدلال خواهم کرد بسط اصل حکومت در نسبت میان علوم اِجمالی راه را برای حل پارادکس‌های اصل عدم تفاوت باز می‌کند. این امر نه تنها می‌تواند اصل شهودی عدم تفاوت را که به خاطر این پارادکس‌ها آماج بی‌اعتمادی قرارگرفته است، تبرئه و احیا کند، بلکه به طور غیر مستقیم به نسخه خاص شهید صدر از نظریه احتمال نیز اعتباری مضاعف می‌بخشد.

ساختار مقاله به این صورت خواهد بود: در بخش دو، به اختصار به اصل عدم تفاوت و اهمیت آن در فلسفه احتمال خواهم پرداخت. در بخش سه، مهم‌ترین پارادکس‌های اصل عدم تفاوت یعنی پارادکس وَتَر برتراند، پارادکس آب–شراب فُن‌میزِز و پارادکس کارخانه مکعب‌سازی وَن‌فراسِن را توضیح می‌دهم. در بخش چهارم، نظریه احتمال شهید صدر را با تمرکز بر قاعده حکومت مطرح می‌کنم. در نهایت در بخش پنجم نشان خواهم داد که بسط

قاعده حکومت چگونه می‌تواند راه‌حلی جدید برای پاسخ به پارادکس‌های اصل عدم تفاوت پیش رو نهد.

۲. اصل عدم تفاوت

اصل عدم تفاوت که گاهی اصل دلیل ناکافی (The Principle of Insufficient Reason) یا اصل توزیع مساوی جهل (Equal Distribution of Ignorance) نیز نامیده شده است جایگاهی مهم در فهم احتمال داشته است. اگرچه نام‌گذاری اصل عدم تفاوت به جان کِینز (۱۹۲۱) باز می‌گردد، ولی این اصل از قرن ۱۷ اُم در آثار فیلسوفان و ریاضیدانانی چون پاسکال، برنولی و لایبنیتز نقش پررنگی ایفا کرده است. به طور کلی می‌توان گفت که تفسیر کلاسیک از احتمال که به آثار پاسکال باز می‌گردد کاملاً متکی بر اصل عدم تفاوت است. با این وجود اصل عدم تفاوت در برخی تفاسیر دیگر از احتمال مانند تفسیر منطقی از احتمال (Keynes, 1921) و تفسیر بیزگرایانه عینی از احتمال (Williamson, 2010) نقش مهمی ایفا می‌کند.

مطابق تعریف کینز، «اگر دلیلی نباشد که به موضوعمان یک محمول خاص در مقایسه با بدیل‌های دیگر اِسناد دهیم، آن گاه اظهار هرکدام از این بدیل‌ها احتمالی مساوی خواهد داشت» (Keynes, 1921: 45). همین حرف با عبارات دیگر نیز در ادبیات قابل یافت است. برای مثال هاوسن و اورباخ این اصل را این گونه بیان می‌کنند: «بخش‌هایی که از نظر امکان مساوی هستند، بایستی احتمالاتی مساوی نسبت به دانش پس‌زمینه خنثی دریافت کنند» (Howson and Urbach, 2006: 266). نکته حائز اهمیت در اینجاست که اصل عدم تفاوت عموماً یک قید ضمنی یا تصریح شده دارد که اِسناد احتمال مساوی منوط به عدم وجود دلیلی برای ترجیح یکی از طرف ها است (Van Fraassen, 1989: 299; Howson and Urbach, 2006: 266؛ Norton, 2008: 47؛ Strevens, 1998: 231). در واقع این قید تصریح همان چیزی است که در اصل عدم تفاوت به صورت ضمنی وجود دارد چرا که اگر دلیلی برای ترجیح یکی از طرف‌ها باشد، دیگر عدم تفاوت برقرار نیست و اصل عدم تفاوت قابل اعمال نخواهد بود.

عمده مثال‌هایی که در دفاع از شهود اصل عدم تفاوت زده می‌شود، ناظر به اِسناد احتمال در مواقعی است که یک تقارن ریاضیاتی و هندسی وجود دارد. برای مثال در پرتاب سکه یا پرتاب تاس، امکان‌های مشخصی وجود دارند و اگر دلیلی برای ترجیح یکی از این امکان‌ها بر مابقی وجود نداشته باشد، شهوداً بایستی به هرکدام از آن‌ها احتمالی برابر نسبت داده شود. با این وجود مداقه‌های بیشتر منجر به کشف مجموعه‌ای از پارادکس‌ها شده است که حتی اِعمال این

قاعده را در مواردی که تقارن هندسی و ریاضیاتی روشنی وجود دارد با تناقض مواجه می‌کنـد. در بخش بعدی به اختصار این پارادکس‌ها را معرفی می‌کنم.

۳. پارادکس‌های اصل عدم تفاوت

به طور کلی اصل عدم تفاوت قوت شهودی قابل تـوجهی دارد. بـا ایـن حـال مجموعـه ای از پارادکس‌ها سبب شده است تا اعتبار این اصل به شدت مـورد خدشـه واقـع شـود. همچنـین، نظریات احتمالی که به نحوی از انحاء متکی بر اصل عدم تفاوت هستند، مانند نظریه کلاسـیک احتمال، نظریه منطقی احتمالی، و نظریه بیزگرایانه عینی احتمال به خاطر این پارادکس‌ها دچـار مشکل می‌شوند. گرچه تعداد پارادکس‌های موجود در مورد اصل عدم تفاوت در ادبیـات زیـاد است، وفاقی وجود دارد که سه دسته از پارادکس‌ها مهم‌ترین و چالش‌برانگیزترین آن‌ها هستند. از این رو در این بخش به طور متمرکز به معرفی مختصر این سه دسته از پارادکس‌ها می‌پردازم.

۱.۳ پارادکس کارخانه مکعب سازی ون فراسِن

وَن فراسِن سناریویی را به تصویر می کشد که در آن به کاربردن اصل عـدم تفـاوت منجـر بـه اِسناد احتمال‌های ناسازگار می شود (van Fraassen, 1989: 303). کارخانه‌ای را در نظر بگیرید که به صورت تصادفی مکعب‌هایی با طول ضلع ۰ تا ۲ متر تولید می کند. طبعاً مساحت هر وجـه این مکعب ها نیز به صورت تصادفی بین ۰ تا ۴ مترمربع و حجم این معکب‌ها نیز به صـورت تصادفی بین ۰ تا ۸ مترمکعب خواهد بود. حال فرض کنید که خط تولیـد ایـن کارخانـه یـک معکب بیرون داده است. احتمال این که طول ضلع این مکعب بین ۰ تا ۱ متر باشـد چـه قـدر است؟ مطابق اصل عدم تفاوت چون تفاوتی میان طول بین ۰ تا ۱ و طول بـین ۱ تـا ۲ وجـود ندارد، بایستی به هر دو احتمال مساوی ۰.۵ را اِسناد داد. حال احتمال این که مساحت وجه این مکعب بین ۰ تا ۱ مترمربع باشد چه قدر است؟ مجـددا چـون تفـاوتی میـان مسـاحت ۰ تـا ۱ مترمربع، ۱ مترمربع تا ۲ مترمربع، ۲ مترمربع تا ۳ مترمربـع و ۳ مترمربـع تـا ۴ مترمربـع وجـود ندارد، به هر کدام از آن ها بایستی احتمال مساوی ۰.۲۵ نسبت داد. در نهایت احتمال ایـن کـه حجم مکعب تولید شده بین ۰ تا ۱ مترمکعب باشد چه قدر است؟ مجدداً چـون تفـاوتی میـان بازه حجم ۰ تا ۱ مترمکعب، ۱ تا ۲ مترمکعب، ۲ تـا ۳ مترمکعـب، ۳ تـا ۴ مترمکعـب، ۴ تـا ۵ مترمکعب، ۵ تا ۶ مترمکعب، و ۷ تا ۸ مترمکعب وجـود نـدارد، بایسـتی بـه هرکـدام احتمـال مساوی ۰.۱۲۵ را نسبت داد. پارادکس در این جاست که این سه مورد هر ۳ به یک امـر واحـد

اشاره دارند. در واقع مکعبی که طول ضلع آن بین ۰ تا ۱ متر باشد، مساحت وجه آن بین ۰ تا ۱ مترمربع و حجم آن بین ۰ تا ۱ مترمکعب خواهد بود و این سه از نظر ریاضیاتی معادل هستند. ولی کاربست اصل عدم تفاوت سه مقدار متفاوت و ناسازگار را به یک امر واحد نسبت می‌دهد و این پارادکسیکال است.

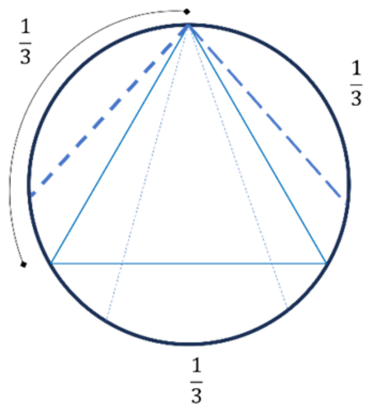
۲.۳ پارادکس آب-شراب

پارادکس بعدی به پارادکس آب- شراب فُن میزِز معروف است (Deakin 2006). ظرفی را تصور کنید که در آن حجم مشخصی از آب و شراب با هم ترکیب شده‌اند. تنها چیزی که در این باره می‌دانیم این است که نسبت آب و شراب بین ۱ تا ۲ است (یعنی نسبت آب و شراب بازه‌ای را در بر می گیرد که در یک سر آن حجم آب و شراب برابر است و در سر دیگر آن حجم آب دو برابر شراب است). حال سوال این جاست: احتمال این که نسبت آب و شراب بین ۱ تا ۱.۵ باشد چه قدر است؟ مطابق اصل عدم تفاوت چون دلیلی برای ترجیح بازه ۱ تا ۱.۵ بر بازه ۱.۵ تا ۲ نداریم بایستی به هر دوبازه احتمال مساوی ۰.۵ نسبت دهیم. ولی همین مسئله واحد را می توان به طریق دیگری نیز بیان کرد. به جای نسبت آب و شراب می توان نسبت عکس یعنی نسبت شراب به آب را در نظر گرفت. اگر نسبت آب به شراب بین ۱ تا ۲ باشد، نسبت شراب به آب بین ۰.۵ تا ۱ خواهد بود. همچنین اگر نسبت آب به شراب بین ۱ تا ۱.۵ باشد، نسبت شراب به آب بین ۰.۶۶ تا ۱ خواهد بود. حال مطابق اصل عدم تفاوت، احتمال این که نسبت شراب به آب در بازه ۰.۶۶ تا ۱ قرار بگیرد مساوی دوسوم (۰.۶۶) خواهد بود. ولی این بدین معنا است که با استفاده از اصل عدم تفاوت به یک امر واحد دو احتمال متعارض ۰.۵ و ۰.۶۶ نسبت داده شده است.

۳.۳ پارادکس وتر برتراند

پارادکس وتر برتراند معروف‌ترین پارادکس به اصل عدم تفاوت است که گرچه ظاهری پیچیده‌تر دارد ولی ماهیتاً شباهت زیادی به دو پارادکس قبلی دارد (Gillies, 2000: 38-42). در این پارادکس دایره‌ای را در نظر می‌گیریم که محیط بر یک مثلث متساوی اضلاع است. احتمال این که وتری تصادفی در این دایره طولی بیشتر از ضلع این مثلث متساوی الاضلاع داشته باشد، چه قدر است؟ برتراند سه شیوه مختلف کاربست اصل عدم تفاوت را نشان می‌دهد که سه

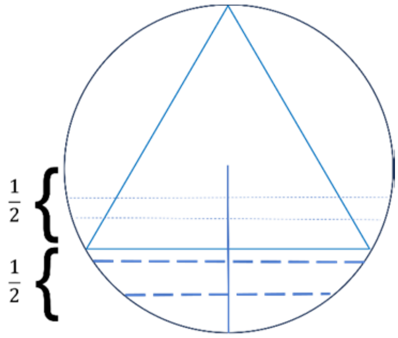
نتیجه متفاوت و متعارض را به این سوال واحد ارائه می‌کنند. مارینوف، شیوه‌های دیگری را نیز به این فهرست سه‌تایی اضافه می‌کند و اذعان می‌کند که ممکن است شیوه‌های کشف نشده بیشتری نیز وجود داشته باشد (Marinoff, 1994). از آن‌جا که نشان دادن حداقل دو شیوه متعارض برای تثبیت پارادکس کافی است، من در این جا برای سادگی به توضیح ۳ شیوه اکتفا می‌کنم که ۲ تا از آن‌ها متعلق به برتراند و سومی متعلق به مارینوف است. در پاسخ اول، تصور کنید که نقطه خاصی را روی محیط دایره به طور تصادفی به عنوان یک طرف وتر در نظر بگیریم، حال مثلث محاط را چنان می چرخانیم که یکی از رئوس آن روی این نقطه قرار گیرد. برای این که وتر به دست آمده طولی بیشتر از ضلع مثلث داشته باشد، نقطه دیگر تشکیل دهنده وتر بایستی در کمانی از دایره قرار گیرد که بین دو رأس مقابل است و این قطاع یک سوم دایره را در بر می گیرد. بنابر اصل عدم تفاوت، این یعنی احتمال این که یک وتر تصادفی طولی بیش از ضلع مثلث محاط داشته باشد، یک سوم خواهد بود (شکل ۱)



شکل ۱. روش اول رسم وتر با طول بیشتر از ضلع مثلث متساولی‌الاضلاع محاط. وترهای با هاشور بزرگ، طول کوچک‌تر و وترهای با هاشور کوچک طول بزرگ‌تر از ضلع مثلث دارند.

ولی این مسئله را به شیوه ای دیگر نیز می توان حل کرد. یک شعاع دلبخواه از دایره را در نظر بگیرید. نقطه ای دلبخواه روی این شعاع را در نظر بگیرید و وتر را عمود بر شعاع از این نقطه رسم کنید. حال مثلث محاط را طوری بچرخانید که یک ضلع عمود بر این شعاع باشد. وتر رسم شده از ضلع مثلث بزرگتر است اگر و تنها نقطه تقاطع وتر و شعاع در طرف نزدیک به مرکز دایره باشد و اگر این نقطه تقاطع در طرف دیگر باشد، طول وتر کوچک‌تر از طول ضلع مثلث است.. چون از نظر هندسی ضلع متعامد مثلث متساوی‌الاضلاع محاط، شعاع را

نصف می کند، بنابر اصل عدم تفاوت، این یعنی نیمی از وترها از ضلع بزرگتر هستند و احتمال نیم خواهد بود (شکل ۲). و این یعنی اصل عدم تفاوت دو جواب متفاوت به یک مسئله واحد ارائه می کند.



شکل ۲. روش دوم رسم وتر با طول بیشتر از ضلع مثلث متساولی‌الاضلاع محاط. وترهای با هاشور بزرگ، طول کوچک‌تر و وترهای با هاشور کوچک طول بزرگ‌تر از ضلع مثلث دارند.

در نهایت در پاسخ سوم، می‌توان به راحتی گفت که بازه‌ای که طول وترهـای دایـره در آن قرار دارد، از یـک طـرف صـفر و از طـرف دیگـر دوبرابـر شـعاع اسـت. طـول ضـلع مثلـث متساوی‌الاضلاع محاط نیز $\sqrt{۳}$ برابر شعاع است. بنابراین احتمال این که طول یک وتر تصادفی بزرگ‌تر از طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع محاط باشد، در واقع احتمال این است کـه طـول یک پاره‌خط تصادفی از یک پاره‌خط با طول ۲، بین $\sqrt{۳}$ و ۲ باشد که بنابر اصـل عـدم تفـاوت مقدار آن به راحتی $\frac{2-\sqrt{3}}{2-0} = 0.13$ خواهد بود. در واقع برای یک مسئله واحد با استفاده از اصل عدم تفاوت، حداقل سه مقدار متعارض یک‌سوم، نیم و ۰.۱۳ به دست آمده است.

واکنش های متعددی به این پارادکس ها در ادبیات وجود دارد (برای یک مطالعـه گسـترده در مورد پاسخ‌ها به پارادکس وتر برتراند به Shackel, 2024 مراجعه نمایید). برخی معتقدنـد کـه این پارادکس‌ها تیر خلاصی به پیکره اصل عدم تفاوت و نظریاتی از احتمال است که مبتنی بـر این اصل است. برخی معتقدند این پارادکس‌ها ناشی از یک ابهام در طرح سوال اسـت. مطـابق نظر این افراد، مفهوم «تصادفی بودن» یک مفهوم مبهم است و تا زمانی که منظور از آن مشخص و متعین نشود، سوالی که دارای این مفهوم است یک سوال کامل نیست و زمانی کـه منظـور از تصادفی بودن مشخص شود، یعنی مشخص شود که بایستی به چه صورتی مقدار تصـادفی بـه دست آید، فقط یک جواب واحد خـواهیم داشـت و خدشـه‌ای بـه اصـل عـدم تفـاوت وارد

نمی‌شود (Marinoff, 1994؛ مصباح، ۱۳۸۷). در نهایت برخی معتقدند که تنها یک جواب واحد و درست به این سوالات وجود دارد و بایستی تلاش کرد تا درستی این جواب را نشان داد (برای پیشنهاد جواب واحد به پارادکس وتر برتراند به Jaynes, 1973 و برای پیشنهاد جواب واحد به پارادکس آب–شراب به Mikkelson, 2004 نگاه کنید). به علاوه، این که آیا می‌شود یک استراتژی واحد را در قبال تمام پارادکس‌ها دنبال کرد یا این که هر پارادکس نیازمند یک سنخ پاسخ مجزا است یکی از نقاط اختلاف نظر در ادبیات است. با این وجود هیچ کدام از راه‌حل‌ها نتوانسته‌اند مقبولیت عمومی داشته باشند و این که چه موضعی بایستی درباره نسبت اصل عدم تفاوت و این پارادکس‌ها اتخاذ شود هنوز یک مسأله باز است. بررسی و تحلیل راه‌حل‌های موجود در ادبیات فراتر از حوصله این مقاله است. به جای این کار تلاش می کنم در ادامه نشان دهم که نظریه احتمال شهید صدر در کتاب «پایه‌های منطقی استقراء» ظرفیتی مغفول و جالب برای ارائه‌ای پاسخی بدیع، واحد و شهودی به تمامی این پارادکس‌ها دارد.

۴. نظریه علم اِجمالی احتمال شهید صدر

در یک بیان کلی می توان گفت که نظریه احتمال شهید صدر که در کتاب «پایه‌های منطقی استقراء» ایشان توسعه پیدا کرده است یک نسخه پیشرفته از نظریه کلاسیک احتمال است (صدر، ۲۰۰۸: ۱۶۰–۱۶۶). مطابق نظریه کلاسیک احتمال که در ابتدا توسط افرادی چون پاسکال و لایبنیتز توسعه داده شده است، احتمال یک امر معرفتی و ناشی از جهل است. به طور خاص در غیاب علم، ما بین اموری که به یک اندازه ممکن هستند احتمال مساوی تقسیم می‌کنیم. حال نظریه احتمال شهید صدر مبتنی بر یک مفهوم کلیدی به اسم «علم اِجمالی» است که در مقابل «علم تفصیلی» قرار می‌گیرد. علم اِجمالی زمانی حاصل می‌شود که متعلق علم مردد بین چند امر است. برای مثال زمانی که من می‌دانم که یکی از دو لیوان روبه‌روی من حاوی سم است یا این که می‌دانم یکی از سه دوستم امروز به ملاقات من می‌آید. حال بنابر نظر شهید صدر احتمال ناشی از علم اِجمالی به امور است. در واقع در اِسناد احتمال ما با یک علم اِجمالی طرفیم که علم را به مساوی میان اطراف علم تقسیم می‌کنیم یا این که طرف مطلوب را میان تعداد اطراف علم اِجمالی تقسیم می‌کنیم. برای مثال وقتی علم اجمالی دارم که یکی از دو لیوان روبه‌روی من حاوی سم است، یک علم اجمالی با دو طرف دارم که به هر طرف مقدار مساوی یعنی ۰.۵ نسبت می‌دهم. یا زمانی که علم اجمالی دارم که امروز یکی از سه دوستم به ملاقات من می‌آید، یک علم اجمالی با سه طرف دارم که به هرکدام از آن‌ها مقدار برابر یک‌سوم را

نسبت می‌دهم. با این توصیف روشن است که نظریه علم اِجمالی متکی بر اصل عـدم تفـاوت است چرا که در آن احتمال بایستی به تساوی میان اطراف علم اِجمالی توزیع شده باشد.

یکی از نکات جالب نظریه شهید صدر تدقیقی است که روی علم اِجمالی زمانی که با چند علم اِجمالی طرفیم، انجام می‌دهد. برای مثال فرض کنیـد تاسـی ۶ وجهـی بـه زمـین انداختـه می‌شود و همزمان یک سکه نیز با دو وجه شیر و خط به زمین می‌افتد. برای کشف احتمال این که تاس عدد ۲ بیاید و سکه شیر، بایستی با ترکیب دو علم اِجمالی یک علـم اِجمـالی مرکـب بسازیم که دارای ۱۲ طرف است و حال به هر طرف مقدار مساوی ۱/۱۲ را نسبت دهیم. شهید صدر نام این رابطه را اصل ضرب میان علوم اجمالی می‌نامد (صدر ۲۰۰۸: ۱۹۱). ابداع جالب‌تر شهید صدر مربوط به چیزی است که ایشان اصل حکومت می‌نامد. مطابق اصل حکومت، اگـر یک علم اِجمالی بر یک علم اِجمالی دیگر حکومت داشته باشد، یعنی اطراف علم اِجمالی دوم فرع، تابع و محکوم اطراف علم اِجمالی اول باشند، نبایسـتی ضـرب صـورت گیـرد و توزیـع احتمال صرفاً بایستی بر اساس علم اِجمالی نخست، که دارای حکومـت اسـت، انجـام پـذیرد (همان، ص. ۱۹۳). روشن‌ترین شیوه‌ای که شهید صدر قاعده حکومت را توضیح مـی‌دهـد بـا توسل به رابطه علت و معلول است (صدر، ۲۰۰۸: ۱۹۹–۲۰۲).

شهید صدر این مثال را برای روشن شدن مطلب بیان می‌کند. فـرض کنیـد مـن یـک علـم اِجمالی دارم که امروز یکی از دو برادرم به دیدن من می‌آیند. مطابق نظریه علم اِجمالی، بایستی احتمال ۰.۵ را به ملاقات هرکدام از برادرهایم نسبت دهم. حال فرض کنید که برادر بزرگ‌تـرم صرفاً یک فرزند دارد و برادر کوچک‌ترم ۴ فرزند دارد و من همچنین می‌دانم کـه هـر کـدام از برادرانم که بیاید یک فرزندش را با خودش می‌آورد. با این مفروضـات مـا یـک علـم اِجمـالی ثانویه داریم که یکی از ۵ برادرزاده من امروز به دیدن من می‌آید. ولی اگر بخواهیم این علـم را مبنای اِسناد احتمال قرار دهیم بایستی به بازدید هرکدام از ایـن ۵ فرزنـد، احتمـال ۰.۲ نسـبت دهیم. با این حال طبق علم اِجمالی اول (که بر اساس بازدید هرکـدام از دو بـرادر تنظـیم شـده است)، بازدید فرزند برادر کوچک‌تر، احتمال ۰.۵ و نه ۰.۲ خواهد داشت. راه‌حل شـهید صـدر برای حل چنین تعارضاتی در نسبت بین علوم اِجمالی جالب و شهودی اسـت. مسـئله در ایـن جاست که اطراف علم اِجمالی ثانویه معلول اطراف علم اِجمالی اولیه هستند چرا که آمدن یکی از برادرزاده‌های من معلول آمدن یکی از برادران من است. به علاوه علم اِجمالی که طـرفین آن معلول هستند تأثیری در علم اِجمالی که طرفین آن علت هستند ندارد. چرا که مجـرد ایـن کـه برادر کوچک من فرزندان بیشتری دارد تأثیری در احتمال آمدن وی ندارد و ایـن آمـدن بـرادر

کوچک من است که آمدن یکی از فرزندان متعدد وی را به دنبال دارد. بنابراین علم اِجمالی اول مستقل و علم اِجمالی دوم وابستگی علّی دارد و براساس اصل حکومت در آن‌جاهایی که دو یا چند علم اِجمالی داریم که یکی‌شان حکومت دارد، اِسناد احتمال بایستی بر اساس این علم اِجمالی انجام شود. نکته قابل توجه این جاست که قاعده حکومت در واقع بسط اصل عدم تفاوت است. اگر از میان دو علم اجمالی یکی محکوم دیگری است، اگر بخواهیم بر علم وابسته اتکا کنیم در واقع از اصل عدم تفاوت تخطی کرده‌ایم چرا که طرفین علم وابسته در واقع علی السویه نیستند و بسته به صورتی که از علم مستقل به دست می آیند ممکن است بین آن‌ها ترجیح وجود داشته باشد.[۱]

چند نکته برای ادامه بحث حائز اهمیت است. نخست، شهید صدر اصولاً بر بسط نظریه‌اش برای اِسناد احتمال در فضاهای پیوسته و هندسی توجهی نداشته است. با این حال همان طور که مروارید نشان می‌دهد، در چهارچوب نظریه علم اِجمالی، این کار شدنی است (مروارید، ۱۳۸۸ب: ۲۸–۳۱). برای مثال فرض کنید پاره خطی به طول ۵ سانتی‌متر داریم. حال احتمال این که یک پاره خط تصادفی که از این پاره‌خط جدا شده است، ۲ سانتی‌متر طول داشته باشد چه قدر است؟ در این جا می‌توانیم پاره خط اصلی را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنیم و یک علم اِجمالی با ۵ طرف تشکیل دهیم. سپس احتمال این که یک پاره خط تصادفی طولی معادل ۲ سانتی‌متر داشته باشد، در واقع احتمال این است که دو طرف از ۵ طرف علم اِجمالی برقرار باشد که این احتمال ۰.۴ خواهد بود. نکته دوم در مورد رابطه وابستگی‌ای است که یک علم اِجمالی را حائز حکومت بر یک علم اِجمالی دیگر می‌داند. اگرچه شهید صدر در بحثش در این قاعده صرفاً متمرکز بر رابطه علی–معلولی است، موضع دقیق‌تر این است که این رابطه را اتساع دهیم تا انواع دیگر وابستگی مثل رابطه ابتناء (Grounding) را نیز در برگیرد (Fine, 2012). برای مثال می‌دانیم که میانگین مبتنی بر مجموعه‌ای از اعداد است یا نسبت مبتنی بر طرفین نسبت است. به‌بیان دیگر، این که میانگین سن اعضاء خانواده من ۴۰ سال است به این خاطر برقرار است که سن هرکدام از اعضاء خانواده من ۳۰، ۴۰ و ۵۰ سال است. یا این که نسبت طول به عرض یک مستطیل ۴ است به این خاطر برقرار است که مقدار طول ۴ متر و مقدار عرض یک متر است. در نهایت این که یک گزاره عطفی صادق است به این خاطر است که هر دو عاطف صادق هستند (Fine, 2012: 38). به عنوان یک استعاره محبوب در ادبیات برای فهم شهودی رابطه ابتناء می‌توان این سوال را پرسید؛ اگر خدا قرار باشد امری را خلق بکند، خلق چه‌چیزی برای آن کفایت دارد یا از طریق خلق چه چیزی خلق آن هم محقق می‌شود؟ آن

چیزی که برای خلق کفایت دارد و مابقی چیزها از طریق خلق آن به دست می‌آید، امر بنیادی خواهد بود و بقیه بر آن مبتنی می‌شوند. این قاعده شهودی می‌تواند کمک زیادی به کشف طرفین رابطه ابتناء کند.

سوم، ممکن است در یک مسأله ظاهراً با یک علم واحد اِجمالی طرف باشیم ولی با مداقه بیشتر متوجه شویم که علم مذکور ترکیبی از دو یا چند علم اِجمالی است که یکی بر دیگری حاکمیت دارد. طبیعی است که در چنین مواردی بایستی احتمالات را نه بر اساس علم مرکب اِجمالی، که بر اساس علم بسیط حاکم توزیع کنیم. برای مثال فرض کنید که در مثال آمدن یکی از دو برادر من و فرزندانش، ما در وهله اول صرفاً با این سوال مواجه شویم: امروز یکی از ۵ برادرزاده من به دیدن من می‌آید. احتمال آن که هرکدام از آن‌ها به دیدن من بیایند چه قدر است. در این صورت‌بندی، طبعاً احتمال ملاقات هریک از برادرزاده من ۰.۲ خواهد بود. ولی حال به این صورت بندی دقت کنید. امروز یکی از پنج برادرزاده من به تبع آمدن پدرشان به دیدن من می‌آیند، احتمال این که هرکدام از برادرزاده‌های من به دیدن من بیایند چه قدر است؟ با اندکی مداقه در می‌یابیم که در این صورت‌بندی جدید، اساساً ما با دو علم اِجمالی طرفیم، یکی علم اِجمالی به آمدن برادرزاده‌ها و یکی علم اِجمالی به آمدن یکی از برادرهای من که در فرض سوال وابستگی‌ای میان آن‌ها وجود دارد، چرا که یکی از برادرزاده‌ها به تبع آمدن پدرشان به دیدار من می‌آیند. در این صورت‌بندی ما در واقع دو علم اِجمالی داریم که در فرض مسأله با یکدیگر ترکیب شده است و مطابق قاعده حکومت بایستی این دو علم اِجمالی تفکیک شود و صرفاً علم اِجمالی دارای حکومت ملاک اِسناد احتمال قرار گیرد. به عنوان نکته آخر، شهید صدر هیچ‌گاه به پارادکس‌های سه‌گانه احتمال هندسی نپرداخته است و بالتبع از اصل حکومت نیز در حل آن‌ها استفاده نکرده است. با عنایت به این امر در بخش بعدی به بررسی امکان و چگونگی استفاده از این قاعده در حل این پارادکس‌ها خواهم پرداخت.

۵. قاعده حکومت و پارادکس‌های اصل عدم تفاوت

همان طور که در بخش پیشین دیدیم، اصل حکومت ضابطه‌ای شهودی در نسبت بین علم های اجمالی است. به طور خلاصه، زمانی که در اِسناد احتمال با دو یا چند علم اِجمالی طرفیم که اطرف یکی بر اطراف مابقی حکومت دارد، این صرفاً علم اِجمالی حاکم است که بایستی ملاک اِسناد احتمال باشد. همان‌گونه که در بخش قبلی دیدیم، رابطه حکومت را بایستی اتساع داد تا انواع دیگر وابستگی از جمله ابتناء را در برگیرد. به علاوه، گاهی ممکن است ما ظاهراً با یک

علم اِجمالی مواجه باشیم ولی در نگاه دقیق‌تر، این علم اِجمالی مرکب از دو یا چند علم اِجمالی باشد که میان آن‌ها رابطه حکومت برقرار است.

با داشتن این دو نکته اجازه دهید به پارادکس‌های بحث شده در بخش ۳ بازگردیم و ببینیم آیا اصل حکومت می‌تواند پاسخی درخور به آن ها ارائه کند. در پارادکس کارخانه مکعب سازی، دیدیم که اِسناد احتمال مطابق اصل عدم تفاوت به تولید مکعبی با طول ضلع بین ۰ تا ۱، ۰. ۵، به تولید مکعبی با مساحت وجه ۰ تا ۱، ۰.۲۵ و به تولید مکعبی با حجم ۰ تا ۱، ۰.۱۲۵ بود حال آن که این موارد از نظر ریاضیاتی معادل هستند. برای پاسخ به این پارادکس بایستی به علم اِجمالی به تولید مکعبی با مساحت مشخص توجه کنیم. ظاهر این علم یک علم بسیط است ولی با دقت بیشتر در می یابیم که مساحت وجه مکعب مبتنی بر طول ضلع آن است. در واقع مساحت وجه، حاصل ضرب طول در طول خواهد بود. به بیان دیگر، در این جا ما دو علم اِجمالی داریم. این که طول ضلع به صورت تصادفی چه قدر خواهد بود و یکی دیگر این که با توجه به این که کارخانه به تولید مکعب می پردازد، طول ضلع دیگر چه قدر خواهد بود. در این جا طول ضلع دیگری وابستگی تام به طول ضلع نخستین دارد و براساس آن معین می‌شود. این بدین معنا است که علم اِجمالی به طول یک ضلع، حکومت دارد و طول ضلع بعدی با استفاده از طول ضلع اول انتخاب می شود. همین نکته در مورد حجم مکعب نیز برقرار است. بنابراین برای مثال، برای اِسناد اصل عدم تفاوت و ساختن طرفین علم اِجمالی نباید مستقیماً روی توزیع مساحت یا توزیع حجم تقسیم‌بندی را انجام دهیم. بلکه بایستی تقسیم بندی را روی علم دارای حکومت، یعنی علم اِجمالی به بازه طول پیاده کنیم. حال احتمال این که مساحت وجه مکعب بین ۰ تا ۱ باشد، محکوم این است که طول ضلع بین ۰ تا ۱ باشد و بنابراین عدد درست نه ۰.۲۵ که همان ۰.۵ خواهد بود. به طریق مشابه احتمال این که حجم بین ۰ تا ۱ متر مکعب باشد، محکوم این علم است که طول ضلع بین ۰ تا ۱ باشد که مجددا جواب ۰.۵ خواهد بود. در واقع کاربست اصل عدم تفاوت به همراه قاعده حکومت به یک جواب واحد می انجامد. دو جواب متفاوت دیگر ناشی از تقسیم بندی علم اِجمالی در تخطی از قاعده حکومت است.

نکته حائز اهمیت این است که در پارادکس کارخانه مکعب‌سازی فرض شده است که کارخانه مکعب‌های با طول ضلع تصادفی می‌سازد یعنی فرض گرفته شده است که طول ضلع مبنا است. حال فرض کنید که صورت مسئله را این گونه تغییر دهیم. یک کارخانه مکعب‌سازی عددی تصادفی بین ۰ تا ۸ را انتخاب می‌کند و مکعبی به آن حجم تولید می‌کند. در فرض این

مسئله برای تولید مکعب بایستی جذر سوم عدد تصادفی به دست آمده محاسبه شـود و طـول ضلع مکعب بر اساس آن تعیین شود. در این جا این حجم است که مبنـا اسـت و طـول ضـلع روی آن سوار می‌شود. به همین خاطر در این فرض، با وجود این که طول ضلع مکعب‌ها بـین ۰ تا ۲ خواهد بود، ولی احتمال این که طول ضلع آن‌ها بین ۰ تا ۱ باشد، یک‌هشتم و نه یک‌دوم خواهد بود. بنابراین تنها چیزی که اهمیت دارد این است که بسته به فرض و داده‌هـای مسـئله، علم اجمالی دارای حکومت از علم اجمالی وابسته تشخیص داده شود و اِسناد احتمال براساس علم اِجمالی دارای حکومت صورت پذیرد.

نکته شایان توجه این جاست که مطابق قاعده حکومت بایستی علم اِجمالی براساس ویژگی مستقل و بنیادی تنظیم شود. همان‌طور که ذکر شد، طول مکعب نسـبت بـه مسـاحت وجـه و همچنین حجم آن یک ویژگی بنیادی‌تر است چرا که به خاطر داشتن یک طول ضلع مشـخص است که مکعب مساحت وجه و حجم مشخصی دارد. ولی همان طور که در مثال بـالا دیـدیم ممکن است ایراد گرفته شود که می‌توان شرایطی را در نظر گرفت کـه در آن‌هـا اتفاقـاً حجـم، تعیین‌کننده طول ضلع مکعب باشند. در این جا به نظر می‌رسد که حجم بنیادی‌تر از طول ضلع خواهد بود و اگر چنین است، بدون داشتن اطلاعاتی از مکانیزم تصادفی‌سازی امکان تشخیص علم اِجمالی حاکم وجود ندارد و قاعده حکومت شهید صدر نیز گرچه در روشن کـردن منشـأ پارادکس‌ها کمک کننده است، ولی در نهایت کمکی به حل این پارادکس نخواهد کرد. پاسخ به این ایراد مستلزم دقت مضاعف به شرایط ترسیم شده در مثال فوق اسـت. چیـزی کـه در ایـن مثال‌ها رخ می‌دهد این است که یک ویژگی بنیادی‌تر در فرض سوال وارد مـی‌شـود. بـه طـور خاص در فرض این مثال هنوز حجم وابسته و مبتنی بر طول ضلع باقی می‌ماند. ولی طول ضلع خود مبتنی بر یک ویژگی دیگر است که خروجی یک مکانیزم تصادفی‌سـاز بـا تـابعی ادعـایی (جذر سوم عدد تصادفی تولید شده بین ۰ تا ۸) است. نکته‌ای که باعث می‌شود تصور کنیم در این فرض، حجم، طول را تعیین می‌کند این است که مـی‌گـوییم مکـانیزم تصـادفی‌سـاز ابتـدا «حجم» را تعیین می‌کند. این بیان در بهترین حالت گمراه‌کننده است. بیان دقیق‌تر این است کـه بگوییم مکانیزم تصادفی‌ساز، عددی را به تصادف از بازه ۰ تا ۸ انتخاب می‌کند و سـپس جـذر سوم آن را محاسبه می‌کند. اطلاق مفهوم حجم بر این بازه یک اطلاق گمراه‌کننده است چرا که اندازه حجم صرفاً پس از تعیین طول ضلع قابل تعیین و اطلاق است. بنابراین در حالت عـادی ما حجم مکعب را داریم که مبتنی بر طول ضلع است و در فرض جدید مسئله حجم مکعب را داریم که هنوز مبتنی بر طول ضلع است و حال خود طول ضلع وابسته به یک ویژگی دیگر که

خروجی مکانیزم تصادفی ساز با یک تابع مشخص است خواهد بود. این که در فرض مسئله، خروجی مکانیزم تصادفی‌ساز تناظری با حجم مکعب دارد یکی از اقتضائات تصادفی فرض مسئله است و نباید سبب شود که فکر کنیم در این جا حجم مکعب بنیادی شده است. کما این که می‌توانستیم تابع مکانیزم تصادفی‌سازی را جذر ششم عدد تصادفی انتخاب شده در بازه ۰ تا ۶۴ بدانیم که در این صورت مستقل بودن این مکانیزم تصادفی‌ساز از حجم مکعب روشن می‌شد.

حال مطابق قاعده حکومت، اِسناد احتمال بر اساس ویژگی‌های وابسته نادرست است. بنابراین از آن جا که حجم یک ویژگی وابسته است اِسناد احتمال بر اساس آن اشتباه است و بایستی دنبال ویژگی بنیادی‌تر گشت که طول ضلع این امتیاز را دارد. حال اگر طول ضلع خود وابسته به یک امر دیگر در عالم باشد، موظفیم تا براساس آن احتمال را نسبت دهیم. با داشتن این قید، می‌توان قاعده حکومت را به عنوان یک قاعده برای اِسناد عقلانی احتمال استفاده کرد. به این منظور، اصل عدم تفاوت را یک بار دیگر در نظر بگیرید: اگر دلیلی برای ترجیح بین چند گزینه وجود نداشته باشد، گزینه‌ها بایستی احتمال مساوی دریافت کنند. همان‌طور که دربالا اشاره کردم، قاعده حکومت در واقع به یک معنا بسط قید «عدم وجود دلیل برای ترجیح بین چند گزینه» است. در واقع اگر یک ویژگی وابسته به یک ویژگی دیگر باشد، ویژگی بنیادی می‌تواند بین گزینه‌های توزیع شده در ویژگی وابسته ترجیح ایجاد کند. پدری که یکی از فرزندان خود را به همراه خود می‌آورد یا طول ضلع شکلی که حجم آن توان سوم طول ضلع است مثال‌هایی از ویژگی‌های مستقلی هستند که بین ویژگی‌های وابسته به خود تمایز ایجاد می‌کنند. حال قاعده حکومت در تفصیل اصل عدم تفاوت به ما نشان می‌دهد که وابسته بودن یک ویژگی دلیلی برای ترجیح بین گزینه‌ها است و بنابراین باید به ویژگی مستقل روی بیاوریم تا دلیل بر ترجیح وجود نداشته باشد و بتوانیم اصل عدم تفاوت را اِعمال کنیم و احتمال را به دست دهیم. حال فرض کنید که در یک مسئله با چند ویژگی مواجه هستیم (مثلاً طول، مساحت و حجم) که کاربست اصل بی‌تفاوتی جواب‌های متعارضی را به دست می‌دهد. در این صورت قاعده حکومت به ما می‌گوید که تنها شیوه عقلانی اِسناد احتمال براساس اصل عدم تفاوت بایستی ویژگی بنیادی را مدنظر قرار دهد. در این جا ما دلیل روشنی برای ترجیح یکی از ویژگی‌ها (طول) بر ویژگی‌های دیگر (مساحت وجه و حجم) داریم. حال فرض کنید ادعا شود که یک ویژگی مستقل‌تر نیز در کار است که خودِ طول ضلع نیز بر اساس آن تعیین شده است. در فرض علم به این ویژگی بایستی آن را مناط تنظیم علم اِجمالی قرار دهیم. ولی در

صورت جهل به آن دلیلی برای قائل شدن به آن وجود نـدارد و براسـاس اصـل عـدم تفـاوت بایستی صرفاً براساس بنیادی‌ترین ویژگی‌ای که دلیل برای وجـودش داریـم، اِسـناد احتمـال را انجام دهیم.

ممکن است سوال شود که چرا مجاز هستیم ویژگی دیگری را که ممکن است طول ضـلع به آن وابسته باشد کنار بگذاریم؟ و چرا در صورت جهل به آن دلیلی برای قائـل شـدن بـه آن وجود ندارد؟ مطابق قاعده حکومت، در یک مسئله مفروض در میان ویژگی‌هایی که به وجـود آن‌ها علم داریم بایستی اصل عدم تفاوت را روی ویژگی‌های حاکم (مستقل) اِعمال کنیم. ایـن یک امر دلبخواهی و بدون پشتوانه نیست چرا که دلیل داریم که میان ویژگـی‌هـای وابسـته بـه خاطر اتکایشان به ویژگی‌های مستقل ترجیح ایجاد می‌شود و اصل عدم تفاوت تنها زمانی قابل اِعمال است که دلیلی برای ترجیح میان گزینه‌ها نباشد. حال فـرض کنیـد کـه در یـک شـرایط خاص، یک ویژگی بنیادی‌تر در کار باشد و این ویژگی مسئول معین کـردن مـابقی ویژگـی‌هـا است. در این جا ما یک دوراهی خواهیم داشت. اگر ما هم‌اکنون به ایـن ویژگـی علـم داریـم، بایستی اصل عدم تفاوت را روی آن اِعمال کنیم و براساس آن به تنظیم علـم اِجمـالی و اِسـناد احتمال بپردازیم. ولی اگر به این ویژگی علم نداریم، به صرف امکان، دلیل معرفتی برای درنظر گرفتن آن نخواهیم داشت. برای فهم بهتر این راه‌حل می‌توان به کاربست اصل عدم تفـاوت در موارد ساده‌تر توجه کرد. فرض کنید تاسی ۶وجهی داریم و هیچ دلیلـی بـرای سـوگیری تـاس نداریم. در این صورت اصل عدم تفاوت حکم می‌کند که احتمال آمدن هر کـدام از ۶ وجـه را مساوی قلمداد کنیم. حال فرض کنید کسی اشکال بگیرد که از کجا معلوم که یک فاکتور پنهان وجود نداشته باشد که یکی از وجه‌های تاس را برتری دهد و ما نسبت به آن ناآگاه هستیم؟ در این جا ما به راحتی پاسخ می‌دهیم که اصل عدم تفاوت حکم می‌کند که در غیاب دلیـل بـرای ترجیح بایستی احتمال مساوی نسبت داد و مادامی که ما دلیلی برای وجود ایـن فـاکتور پنهـان نداریم (و بنابراین نسبت به آن ناآگاه هستیم) کاملاً عقلانی و موجه هسـتیم کـه آن را در نظـر نگیریم. به عبارت دیگر، حتی اگر در حاق واقع یک عالم ترجیح‌بخش میان وجه‌های مختلـف تاس در کار باشد، ما دامی که ما دلیلی برای وجود چنین عاملی نداریم طبق اصل عدم تفـاوت عقلانی هستیم که آن را در نظر نگیریم. حال هرگاه دلیلی برای وجود (نه صرف امکان وجـود) این فاکتور پیدا کردیم دیگر اصل عدم تفاوت را اِعمال نمی‌کنیم چرا که اصل عدم تفاوت صرفاً در غیاب دلیل بر ترجیح بین گزینه‌ها قابل اِسناد است. به طریق مشـابه، در پـارادکس کارخانـه مکعب، در وهله اول ما صرفاً به وجود سه ویژگی علم داریم و چون می‌دانیم میان ویژگی‌های

وابسته (محکوم) به تبع ویژگی بنیادی، ترجیح ایجاد می‌شود، مجاز بـه کاربسـت اصـل عـدم تفاوت روی ویژگی وابسته (محکوم) نیستیم و باید این اصل را روی بنیادی‌ترین ویژگی‌ای که به آن علم داریم اِعمال کنیم. حال این سوال که «از کجا معلوم یک ویژگی بنیادی‌تر مغفـول در کار نباشد؟» به همان اندازه مهم است که این سوال که «از کجا معلوم یک عامل مخفی تـرجیح میان وجه‌های تاس در کار نباشد؟». به همان دلیلی که می‌توانیم با خیال راحت بـه ایـن سـوال دوم بی‌تفاوت باشیم، می‌توانیم به سوال اول نیز بی‌تفاوت باشیم. پس به طور خلاصه مطابق این راه‌حل، از بین ویژگی‌های معلوم در یک مورد مشخص، اصل عدم تفاوت بایستی روی ویژگی بنیادی اِعمال شود چرا که دلیل داریم که میان ویژگی‌های وابسته به خاطر شـیوه اتکاءشـان بـه ویژگی مستقل ترجیح وجود دارد و از این رو کاربست اصل عـدم تفـاوت روی ویژگـی‌هـای وابسته غیرمجاز است. به علاوه زمانی که دلیلی برای وجـود یـک ویژگـی بنیـادی‌تـر نـداریم، عقلانی هستیم که نسبت به آن بی‌اعتنا باشیم و احتمال را براساس ویژگی‌هـایی کـه بـه وجـود آن‌ها علم داریم اِسناد دهیم.

استراتژی در پاسخ به پارادکس آب و شراب مشابه خواهد بود. همان‌طور که پیش‌تر نیز ذکر شد، ویژگی «نسبت» مبتنی بر «طرفین نسبت» است یعنی نسبتی با مقـدار مشـخص بـه خـاطر مقدار مشخص طرفین نسبت است و نه برعکس. با این مداقه، علم اِجمالی به نسـبت در واقـع یک علم مرکب است که بایستی تحلیل شود. فرض کنید میزان آب را با x نشـان دهـیم. حـال مطابق فرض مسأله، میزان شراب معادل (x−حجم ظرف) خواهد بود. این که حجم ظرف ثابت است در فرض سوال موجود است چون مخلوطی با حجمی مشخص و ثابت از آب و شـراب داریم. اگر ویژگی نسبت مبتنی و وابسته به یک ویژگی بنیادی‌تـر باشـد، بایسـتی مطـابق اصـل حکومت، علم اِجمالی را براساس آن تنظیم نماییم. نسبت آب و شراب نیز وابسته به حجم آب و حجم شراب است. با عنایت به این امر، بایستی علم اِجمالی‌مان را بر اساس حجم شراب یـا حجم آب تنظیم کنیم. این که حجم ظرف چه مقـداری باشـد در نهایـت تـأثیری در محاسـبه احتمال نخواهد داشت ولی برای سادگی محاسبه فرض کنید حجم ظرف یک متر مکعب باشد. حال اگر حجم آب را x در نظر بگیریم، حجم شراب منطقاً 1-x خواهد بود. در واقع حجم آب و شراب به یکدیگر وابستگی متقابل دارند و با مشخص شدن یکی، دیگر مشخص مـی شـود. همچنین نسبت بین آب و شراب (x/1-x) و نسبت بین شراب و آب (1-x/x) وابستگی به میـزان آب دارد و استقلالی ندارد. بنابراین توزیع علم اِجمالی بر اساس نسبت آب و شراب یا برعکس ناشی از ترکیب دو علم اِجمالی خواهد بود که یکی بـر دیگـری حکومـت دارد و طبـق اصـل

حکومت محاسبه احتمال بر اساس این علم ممنوع است. به بیان دیگر، گرچه در ظاهر امر نسبت میان آب و شراب یک امر بسیط به نظر می‌رسد ولی با مداقه درمی‌یابیم که دو متغیر وابسته از نظر منطقی آن را تشکیل می دهند. وابسته بودن ویژگی نسبت از این جا نیز قابل اذعان است که با داشتن طرفین نسبت، مقدار نسبت به طور منحصر به فرد تعیین می‌شود ولی با داشتن نسبت، مقدار طرفین نسبت قابل تعیین نیست. بنابراین تنها علم اِجمالی که بایستی در اِسناد احتمال مورد استفاده قرار گیرد، بر اساس میزان شراب یا میزان آب خواهد بود. حال این که نسبت آب به شراب میزان مشخصی باشد، ناشی از بازه مشخصی از میزان آب است و نباید به صورت مستقل یک علم اجمالی بر اساس آن خلق کرد. به طور مشخص وقتی می گوییم نسبت آب و شراب بین ۱ تا ۲ است. یعنی حجم آب بین ۰.۵ لیتر تا ۰.۶۶ لیتر است (و بالتبع حجم شراب بین ۰.۳۳ لیتر تا ۰.۵ لیتر است). حال احتمال این که نسبت آب و شراب بین ۱ تا ۱.۵ باشد، بایستی به علم اِجمالی دارای حکومت ترجمه شود که به این معنا است که حجم آب بین ۰.۵ تا ۰.۶ لیتر باشد که ۰.۶۲۵ خواهد بود. حال احتمال این که نسبت حجم شراب به حجم آب در بازه ۰.۵ تا ۰.۷۵ قرار گیرد محکوم این علم اِجمالی است که حجم شراب بین ۰.۳۳ لیتر تا ۰.۴۳ لیتر قرار گیرد که با توجه به این که در علم اِجمالی دارای حکومت حجم شراب بین ۰.۳۳ تا ۰.۵ لیتر است، احتمال قرارگیری در بازه ۰.۳۳ تا ۰.۴۳ مجدداً همان ۰.۶۲۵ خواهد بود. این یعنی اصل عدم تفاوت با کاربست قاعده حکومت به جواب های متفاوت و متعارض نمی انجامد.[۲]

در مورد پارادکس برتراند ماجرا پیچیده‌تر و جذاب‌تر است. همان گونه که دیدیم در شیوه‌های مختلف رسم وتر تصادفی، اصل عدم تفاوت نتایج متفاوتی را خلق می کند. پیدا کردن این که علم اجمالی حاکم که بقیه علوم به نحوی تابع و وابسته به آن هستند، اندکی دشوار است. ما بایستی دنبال یک علم اِجمالی بگردیم که تمام روش‌ها در آن مشترک باشند و آن را پیش‌فرض داشته باشند. به هر صورتی که وتر مد نظر رسم شود، بایستی یک امر را بپذیریم؛ این که طول کمانی از دایره که توسط وتر جدا می‌شود بین یک‌سوم محیط تا دوسوم محیط دایره است. در واقع هرکدام از اضلاع مثلث محاط در دایره، کمانی از دایره را جدا می کنند که دقیقاً یک سوم محیط دایره است. تنها در صورتی طول وتر تصادفی بیش از طول ضلع مثلث محاط خواهد بود که کمانی بزرگتر از یک‌سوم محیط دایره جدا شود ولی اگر کمان بزرگتر از دو سوم باشد مجدداً طول ضلع وتر کم‌تر از یک سوم خواهد بود. این مسئله صرفاً با استفاده از اصل سوال و بدون توجه به شیوه های مختلف رسم وتر قابل تصدیق است.

مارینوف نیز متوجه این موضوع شده است که این ملاحظه که طول کمان جداشده توسط وترهای مطلوب بین یک‌سوم تا دوسوم محیط دایره است، مستقل از شیوه‌های رسم تصادفی وتر قابل تصدیق است (Marinoff, 1994: 6-7). در واقع تمامی شیوه های مختلف رسم وتر بایستی در نهایت وترهایی را به ما بدهند که طول قطاع دایره بین یک سوم و دو سوم باشد. همین نکته را می‌توان با استفاده از زاویه مشرف به وتر نیز بیان کرد. زاویه مشرف به تمام وترهای تصادفی مطلوب بایستی بین ۶۰ درجه تا ۱۲۰ درجه باشد. بنابراین اگر اصل عدم تفاوت و علم اِجمالی را بر این اساس تنظیم کنیم، احتمال نهایی یک‌سوم خواهد بود. این هنوز یک جواب قابل قبول نیست. چرا که می‌توان اشکال کرد که تمام وترهای تصادفی مطلوب همچنین اندازه‌ای بین $\sqrt{3}$برابر شعاع (طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع محاط) و ۲برابر شعاع (قطر دایره) دارند و این امر مستقل از شیوه‌های مختلف رسم وتر تصادفی است. ولی همان‌طور که دیدیم این شیوه تنظیم علم اِجمالی به جواب ۰.۱۳ و نه یک‌سوم می‌انجامد.

اگر قرار باشد مطابق اصل حکومت، یکی از این دو علم اِجمالی برتری داده شود بایستی نشان داده شود که طرفین یکی از دو علم بر دیگری وابستگی دارد. معتقدم که این امر قابل نشان داده شدن است. طول وتر طبعاً یک ویژگی است. با این وجود طول وتر با طول پاره‌خط تفاوت می‌کند. در واقع وتر یک سنخ خاص از پاره‌خط است که در مفهوم آن ویژگی قرارگیری دو سر آن روی محیط یک دایره مستتر است. بنابراین در حالی که طول یک پاره خط تصادفی یک ویژگی مستقل است، طول یک وتر تصادفی یک ویژگی مستقل نیست. از این حیث طول وتر اساساً مانند میانگین، نسبت و مساحت، یک ویژگی غیربنیادی است. این امر با دقت به فرمول هندسی طول وتر نیز قابل اذعان است که در آن r شعاع دایره، θ اندازه زاویه مشرف به وتر برحسب رادیان و arc اندازه کمان برحسب رادیان است :

$$\text{طول وتر} = 2r\sin\frac{\theta}{2} = 2r\sin\frac{arc}{2r}$$

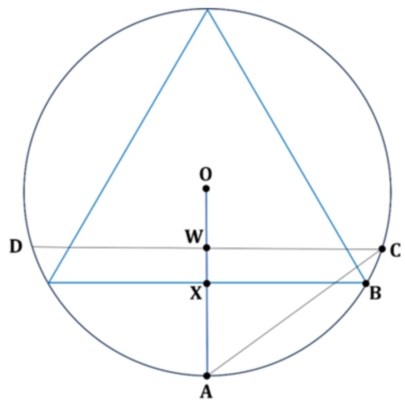
همان‌طور که در این فرمول مشخص است، با داشتن طول کمان، یا زاویه مشرف به کمان، طول وتر به صورت معین و منحصربه‌فرد قابل تعیین است. با این وجود اگر طول وتر داده شود اندازه کمان یا زاویه آن به طور منحصربه‌فردی قابل تعیین نیست. چرا که دو کمان مکمل با یک وتر واحد مشخص می‌شوند. به عبارت دیگر، در حالی که طول کمان (یا زاویه مشرف به کمان) طول وتر را معین می‌کند، برعکس آن صادق نیست و حداکثر یک تعین ناقص وجود دارد. به طور جالب‌تر اگر شما یک پاره‌خط مشخص داشته باشید و به شما گفته شده باشد که

این پاره‌خط وتری از یک دایره است، بی‌نهایت دایره با شعاع‌های مختلف وجود دارد کـه ایـن پاره‌خط وتر آن‌ها باشد. ولی در طرف مقابل اگر یک کمان دایره داشته باشید، فقـط یـک وتـر منحصربه‌فرد از آن قابل رسم است. این امر طول وتر را شبیه نسبت مـی‌کنـد. همـان‌گونـه کـه دیدیم نسبت یک ویژگی بنیادی نیست و یکی از دلایل آن این است که نسبت مقـدار طـرفین نسبت را معین نمی‌کند ولی مقدار طرفین نسبت، مقدار نسـبت را معـین مـی‌کنـد.[۳] از ایـن رو چیزی که یک پاره خط را تبدیل به وتر می‌کند این است که دو سرآن روی محیط دایـره قـرار گیرند و این یعنی کمانی از دایره توسط دو سر پاره‌خط جدا شود. این شبیه حرفی است که در مورد پارادکس کارخانه مکعب‌سازی گفتیم. چیزی که یک عدد را مساحت مربع مـی‌کنـد ایـن است که توان ۲ طول ضلع باشد. همچنین چیزی که یک عدد را نسبت می‌کند این است که از تقسیم دوعدد به دست آمده باشد. به همین ترتیب چیزی که یک عدد را طول وتر (و نه طـول صرف یک پاره‌خط می‌کند) این است که دو سر پاره‌خط مدنظر روی محیط یـک دایـره قـرار داشته باشد که یعنی کمانی از دایره را جدا کند. از این رو علم اِجمـالی‌ای کـه براسـاس طـول کمان (یا زاویه مشرف به کمان) تنظیم می‌شود بر هر علم اِجمالی دیگری در مـورد طـول وتـر حکومت دارد و بایستی مبنای اِسناد احتمال در این مسئله قرار گیرد.

از این منظر می‌توان نشان داد چرا طبق یک شیوه، احتمال طول کمان تصادفی ۰.۱۳ اسـت. اگر طول کمان جدا شده (به عنوان کمیت مستقل)، یک نیم‌دایره باشد در فرمول فوق طول وتر به میزان قطر خواهد بود (یعنی اگر شعاع یک باشد، به مقدار ۲ خواهد بـود). حـال اگـر طـول کمان جدا شده یک سوم باشد، مطابق فرمول فوق میزان $\sqrt{۳}$ خواهد بود. بنابراین طبیعی اسـت که اگر طول وتر را متغیر وابسته قرار دهیم، احتمال این که این طول بـین $\sqrt{۳}$ و ۲ باشـد، ۰.۱۳ خواهد بود. ولی این گونه محاسبه احتمال مانند این است که در مثال کارخانـه مکعـب‌سـازی، مساحت مکعب را با استفاده از طول محاسبه کنیم و سپس علم اِجمـالی را براسـاس مسـاحت (که یک کمیت وابسته است) شکل دهیم. به همان دلیلی که در آن‌جا مطـابق قاعـده حکومـت نبایستی این کار را انجام دهیم، در این جا نیز نبایستی این کار را انجام دهیم.

به همین صورت می‌توان نشان داد که چرا راه‌حلی که به جواب ۰.۵ می‌رسد وابسته به طول کمان است. اگر به شکل ۳ در زیر توجه کنید، طول وتر AC مطابق فرمـول ذکرشـده در بـالا مقدار به میزان $2r\sin\left(\frac{ABC}{2r}\right)$ خواهـد بـود. حـال طـول وتـر CD مطـابق همـان فرمـول مقـدار $2r\sin\left(\frac{ABC}{r}\right)$ خواهد بود و نصف آن یعنی اندازه CW، مقدار $r\sin\left(\frac{ABC}{r}\right)$خواهد بود. حال مطابق قاعده فیثاغورث طول AW که طول جداشده از شعاع است مقدار $r\sqrt{4\sin^2\left(\frac{ABC}{2r}\right)-\sin^2\left(\frac{ABC}{r}\right)}$

خواهد بود. این یعنی با داشتن طول کمان، طول پاره‌خطی که از شعاع متعامد جـدا مـی‌شـود، توسط این فرمول به طور منحصر به فرد قابل محاسبه است. حال اگر استدلال مبنی بر این کـه طول کمان نسبت به طول وتر بنیادی‌تر است درست باشد، این احتمال طول کمـان اسـت کـه بایستی مبنا قرار گیرد و اتکا به احتمال طول مشخص شده روی شعاع متعامد مانند ایـن اسـت که در کارخانه مکعب‌سازی به جای تنظیم علم اِجمالی بر اساس طول، علم اِجمالی را بر اساس مساحت تنظیم کنیم یا این که در مثال آب–شراب، نسبت را به جای طرفین نسبت مبنای تنظیم علم اِجمالی قرار دهیم، که مطابق قاعده حکومت نادرست است. بنابراین جواب ارائه شـده بـر اساس قاعده حکومت، فقط عدد یک‌سوم خواهد بود.



شکل ۳. نحوه محاسبه کمان براساس طول جداشده از شعاع متعامد بر وتر

در ادبیات گسترده در بحث پارادکس برتراند، برخی معتقدند که این مسئله به خاطر ابهـامی که در سوال وجود دارد، یک جواب واحد ندارد و از این رو خدشه‌ای به اصل عدم تفاوت نیز وارد نمی‌آورد (برای مثال نگاه کنید به Marinoff, 1994؛ مصباح ۱۳۸۷). مطابق ایـن نگـاه، بـرای این که سوال از احتمال داشتن وتری با بازه طول مشخص، یک سوال متعین و غیرمبهم باشـد، بایستی شیوه رسم تصادفی وتر نیز در فرض سوال داده شود. حال با دادن شیوه رسم تصـادفی وتر تنها یک جواب متصور خواهد بود. مطابق یک گروه دیگر از پاسخ‌ها به مسئله برتراند، این مسئله یک جواب واحد دارد و ابهامی در صورت سوال وجود ندارد و از بـین گزینـه‌هـای بـه ظاهر مساوی یکی از گزینه‌ها برتری دارد و بایستی انتخاب گردد. میان متفکران در ایـن حـوزه این که چه روشی برتری دارد اختلاف نظر وجود دارد. برای مثال جِنیز احتمـال ۰.۵ را جـواب واحد درست به این سوال می‌داند (Jaynes, 1973). در حالی که برخی دیگر احتمال یک‌سوم را

پاسخ واحد درست به این سوال می‌داند (Chenchile, 2023; Ardakani and Wulff, 2014). اگر تحلیل ارائه شده براساس قاعده حکومت شهید صدر درست باشد، اساساً احتمال انتخاب وتر تصادفی با طولی دربازه مشخص، ربطی به شیوه‌های مختلف رسم وتر تصادفی ندارد. چرا که ویژگی طول وتر وابسته به یک کمان با طول مشخص است و بازه طول مشخص کمان مستقل از روش‌های مختلف رسم وتر تصادفی قابل تعیین است. این سبب می‌شود تا راه‌حل ارائه شده در این جا به یک احتمال واحد در مسئله برتراند، یعنی احتمال یک‌سوم برسد.

یکی از نقاط امتیاز این پاسخ ارائه شده در این بخش براساس قاعده حکومت در این است که کاربست قاعده حکومت، برای پاسخ به هر سه گروه از پارادکس‌ها کفایت دارد. اگرچه پیشنهاد پاسخ‌های مستقل به هرکدام از پارادکس‌ها در ادبیات موجود است، داشتن یک پاسخ واحد به هر سه از منظر سادگی و وحدت‌بخشی ارجحیت دارد.

۶. نتیجه‌گیری

اصل عدم تفاوت در اِسناد احتمال از جایگاهی شهودی برخوردار است و در نظریه کلاسیک و منطقی احتمال اصلی محوری محسوب می‌شود. به علاوه این اصل در تفسیر بیزگرایانه عینی احتمال به عنوان یک قید در اِسناد احتمالات پیشین مورد توجه است. با این وجود مجموعه‌ای از پارادکس‌ها در مورد این اصل سبب شده است تا کفایت آن مورد تردید جدی قرار گیرد. پارادکس وَتَر برتراند، پارادکس آب–شراب و پارادکس کارخانه مکعب‌سازی شرایطی را به تصویر می‌کشند که کاربست اصل عدم تفاوت منجر به اِسناد احتمال‌های ناسازگار به یک امر واحد می‌شود. از آن‌جا که احتمال یک تابع است و بایستی به هر ورودی تنها یک خروجی نسبت دهد، این پارادکس‌ها می‌توانند خط بطلانی بر اصل عدم تفاوت و همچنین نظریاتی در فلسفه احتمال باشند که مبتنی بر آن است. در این مقاله استدلال کردم که نظریه علم اجمالی شهید صدر که یکی از نظریات کلاسیک پیشرفته احتمال به حساب می‌آید با استفاده از قاعده حکومت، ظرفیت ارائه پاسخی شهودی و منسجم به تمام پارادکس‌های اصل عدم تفاوت را دارد. در واقع وجود احتمالات گوناگون ناشی از وجود علوم اجمالی مختلف است که حکومت یکی بر مابقی مورد غفلت واقع شده است. این راه‌حل مستفاد از نظریه احتمال شهید صدر علاوه بر جذابیت فی‌نفسه به خاطر دفاعی که از اصل مهم و کاربردی عدم تفاوت ارائه می‌کند، به نظریه احتمال شهید صدر در مقابل رقبایش اعتبار مضاعف می‌بخشد.

پی‌نوشت‌ها

۱. قاعده احتمال شرطی که گاهی یک اصل موضوع و گاهی یک تعریف در سیستم صوری احتمال به حساب می‌آید به خوبی می‌تواند شیوه درست محاسبه احتمال در مواردی چون مثال فوق را به دست دهد. در واقع احتمال آمدن هرکدام از فرزندان مشروط به احتمال آمدن پدر آن‌ها است و بنابراین بایستی از فرمول احتمال شرطی در این موارد استفاده کرد. با این وجود، قاعده احتمال شرطی یک قاعده در سیستم صوری احتمال است. حال آن که اصل عدم تفاوت و قاعده حکومت ناظر به تفسیر، معنا، شرط صدق و چگونگی اِسناد احتمال هستند. بنابراین نباید گمان کرد که قاعده احتمال شرطی جایگزین یا رقیب اصل حکومت خواهد بود. طبعاً یک تفسیر مقبول از احتمال بایستی به عنوان یک قید حداقلی با سیستم صوری احتمال سازگاری داشته باشد و با عنایت به این موضوع شهید صدر تلاش کرده است تا سازگاری تعریفش را با اصول موضوعه احتمال و همچنین قاعده احتمال شرطی نشان دهد (صدر، ۲۰۰۸: ۱۷۹–۱۸۰) ولی بایستی توجه کنیم که حتی با داشتن قاعده احتمال شرطی، تفاسیر احتمال یک توضیح از این که در شرایط کاربست این قاعده در سطح معنا و شرط صدق چه اتفاقی در حال رخدادن است به ما بدهکار هستند. ممکن است به نظر برسد که قاعده حکومت براساس قاعده احتمال شرطی به این صورت قابل تعریف است: B بر A حاکم است اگر و تنها اگر P(A|B) =1. ولی این تعریف نادرست است چرا که می‌توان به مواردی از P(A|B) =1 فکر کرد که در آن‌ها A وابسته به B نباشد. برای مثال اگر A علت و B معلول باشد یا اگر هردو معلول یک علت واحد باشند، P(A|B) =1 ولی A وابسته به B نیست. به طریق مشابه می‌توان به عَرَض لازم به عنوان یک امر ضروری فکر کرد که شیء به آن وابسته نیست بلکه به شیء وابسته است. این نشان می‌دهد که P(A|B) =1 تنها شرط لازم قاعده حکومت است و قاعده حکومت واجد یک جهت‌مندی (استقلال–وابستگی) است که در قاعده احتمال شرطی گنجانده نشده است. به همین خاطر به صرف استفاده از قاعده احتمال شرطی و بدون کشف جهت وابستگی نمی‌توان احتمال درست را در شرایطی که با دو دسته ویژگی‌های مستقل و وابسته طرف هستیم، اِسناد داد.

۲. در پاسخ به پارادکس آب–شراب، جفری میکِلسون (۲۰۰۴) راه‌حلی را ارائه می‌کند که شباهت زیادی به راه‌حل مستفاد از قاعده حکومت شهید صدر دارد. میکِلسان این راه‌حل را به پارادکس‌های دیگر اِعمال نکرده است و همچنین اصلی که او برای گزینش یک شیوه تقسیم‌بندی بر مابقی انتخاب می‌کند صرفاً مبتنی بر ابتناء متافیزیکی است و علیت را در بر نمی‌گیرد.

۳. گرچه این که یک ویژگی یک ویژگی دیگر را متعین کند ولی برعکس آن صادق نباشد، شرط لازم رابطه ابتناء نیست ولی دلیل و شاهد خوبی برای وجود این رابطه است.

کتاب‌نامه

ابورغیف، عمار (۱۳۸۲). *الأُسس المنطقیة للاستقراء فی ضوء دراسه الدکتور سروش*. مجمع الفکر الاسلامی.

جان‌نثاری، محبوبه و ذکیانی، غلامرضا (۱۳۸۹). *مبانی منطقی استقراء و جایگاه آن در آراء کلامی شهید صدر*. نشر علم.

حیدری، سیدکمال (۲۰۰۵)، *المذهب الذاتی فی نظریة المعرفه*. قم: دار فراقد.

سروش، عبدالکریم (۱۳۸۸). *تفرج صنع: گفتارهایی در اخلاق و صنعت و علم انسانی*. تهران: انتشارات صراط.

صدر، محمد باقر (۲۰۰۸). *الأسس المنطقیة للإستقراء: دراسة جدیدة للاستقراء تستهدف اکتشاف الأساس المنطقی المشترک للعلوم الطبیعیة و للإیمان بالله*. بیروت: العارف للمطبوعات.

محمد، یحیی (۲۰۰۵). *الاستقراء والمنطق الذاتی: دراسه تحلیلیه شامله لاداء المفکر الکبیر محمدباقر الصدر فی کتابه الاسس المنطقیه الاستقراء*. مؤسسة الانتشار العربی.

مروارید، محمود (۱۳۸۸الف). شهید صدر و اصول موضوعه نظریه احتمال. *نقد و نظر*. سال چهاردهم، شماره ۳، صص. ۴۰–۶۲.

مروارید، محمود (۱۳۸۸ب). بررسی و بازسازی تفسیر شهید صدر از اصول مفهوم احتمال. *نقد و نظر*، سال چهاردهم، شماره ۴، صص. ۲–۳۵.

مصباح، مجتبی (۱۳۸۷). *پارادوکس‌های اصل عدم تفاوت*. معرفت فلسفی، سال ششم، شماره ۱، صص. ۱۳۵–۱۷۹.

Ardakani, M. K., & Wulff, S. S. (2014). An extended problem to Bertrand's paradox. Discussiones Mathematicae, Probability and Statistics, 34, pp. 23-34.

Chenchile, R. A. (2023). Bertrand's Paradox Resolution and Its Implications for the Bing–Fisher Problem. Mathematics, 11 (15: 3282). https://doi.org/10.3390/math11153282

Deakin, M. (2006). The Wine/Water Paradox: Background, Provenance and Proposed Resolutions. The Australian Mathematical Society Gazette, 33 (3). pp. 200–205.

Fine, K. (2012). Guide to Ground. In F. Correia & B. Shnieder (eds.), Metaphysical Grounding: Understanding the Structure of Reality (pp. 37-80). Cambridge: Cambridge University Press.

Gillies, D. (2000). Philosophical Theories of Probability. London: Routledge.

Jaynes, E. T. (1973). The Well-Posed Problem. Foundations of Physics, 3 (4), pp. 477–92. https://doi.org/10.1007/BF00709116.

Howson, C., & Urbach, P. (2006). Scientific Reasoning: The Bayesian Approach. Third Edition. Chicago: Open Court Press.

Keynes, J. M. (1921). A Treatise on Probability. London: Macmillan and Co.

Marinoff, L. (1994). A Resolution of Bertrand's Paradox. Philosophy of Science, 61 (1), pp. 1–24. https://doi.org/10.2307/188286.

Mikkelson, J. M. (2004). Dissolving the Wine/Water Paradox. The British Journal for the Philosophy of Science, 55 (1), pp. 137-145. https://doi.org/10.1093/bjps/55.1.137.

Norton, J. D. (2008). Ignorance and Indifference. Philosophy of Science, 75 (1), pp. 45–68. https://doi.org/10.1086/587822

Rowbottom, D. P. (2013). Bertrand’s Paradox Revisited: Why Bertrand’s ‘solutions’ Are All Inapplicable. Philosophia Mathematica, 21 (1), pp. 110-114. https://doi.org/10.1093/philmat/nks028.

Shackel, N. (2024). Bertrand’s Paradox and the Principle of Indifference. Routledge.

Shackel, N., & Rowbottom, D. P. (2019). Bertrand’s Paradox and the Maximum Entropy Principle. Philosophy and Phenomenological Research. Doi: 10.1111/phpr.12596.

Strevens, M. (1998). Inferring Probabilities from Symmetries. Noûs, 32 (2), pp. 231–46. http://www.jstor.org/stable/2671966.

Van Fraassen, B. C. (1989). Laws and Symmetry. New York: Oxford University Press

Williamson, J. (2010). In Defense of Objective Bayesianism. New York: Oxford University Press.