فلسفهٔ علم، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
دوفصل‌نامهٔ علمی ـ پژوهشی، سال هشتم، شمارهٔ دوم، پاییز و زمستان ۱۳۹۷، ۱۰۷–۱۳۰

هم‌وردایی عام: دیدگاه‌های فریدمن و ارمن

سعید معصومی*

چکیده

مفهوم هم‌وردایی عام یکی از مفاهیم مهم در نظریهٔ نسبیت عام است که در فهم چیستی آن مشکلات و ابهامات فراوان بروز کرده است. در این مقاله، ضمن توضیح درباب چیستی مفهوم هم‌وردایی عام، دیدگاه اندرسون ـ فریدمن درمورد مفهوم شیء مطلق بیان می‌شود. در این دیدگاه شیء مطلق متمایزکنندهٔ نسبیت عام از نظریه‌های دیگر است. هم‌چنین دو تعریف از مفهوم هم‌وردایی عام می‌دهیم: هم‌وردایی عام صوری و هم‌وردایی عام جوهری که ارمن ارائه داده است. ارمن، با بیان این‌که نسبیت عام نظریه‌ای است که هم‌وردایی عام جوهری را متحقق می‌سازد، آن را از نظریه‌های فضا ـ زمانی دیگر متمایز می‌کند. ما در این مقاله، دو دیدگاه مذکور را بررسی و تمایز آن‌ها را مشخص می‌کنیم.

کلیدواژه‌ها: هم‌وردایی عام، نظریه‌های فضا ـ زمانی، شیء مطلق، تقارن پیمانه‌ای، دیدگاه فریدمن، دیدگاه ارمن.

۱. مقدمه

آینشتاین دنبال یک‌سان‌سازی معادلات فیزیکی در تمام چهارچوب‌های مرجع مجاز بود. با مسامحه می‌توان گفت که به‌لحاظ ریاضیاتی این مطلب معادل است با هم‌وردایی عام معادلات فیزیکی. درواقع، این امر را می‌توان تعمیم امری دانست که در نسبیت خاص متحقق شده بود: در آن‌جا معادلات فیزیکی هم‌وردای لورنتسی (Lorentz covariance) بودند.

* استادیار پژوهشکدهٔ مطالعات بنیادین علم و فناوری، دانشگاه شهید بهشتی، s_masoumi@sbu.ac.ir
تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۱/۲۷، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۴/۲۳

در مقالهٔ ۱۹۰۵ آینشتاین که نظریهٔ نسبیت خاص در آن معرفی می‌شود، نظریهٔ الکترومغناطیس ماکسول در تمام دستگاه‌های لَخت معادل می‌شود، طوری‌که هیچ دستگاه لختی ترجیح نمی‌یابد. اما در فیزیک کلاسیک غیرنسبیتی چنین نیست و الکترومغناطیس ماکسول دستگاه لختی را ترجیح می‌دهد که در آن سرعت نور c است (هرچند هر آزمایشی که برای تعیین این چهارچوب انجام شده بود با شکست مواجه شده بود).

بنابراین، با ارائهٔ نظریهٔ نسبیت خاص تمام دستگاه‌های لخت، در نسبت با الکترومغناطیس، وضعیت مشابهی پیدا کردند و آزمایشی مبتنی‌بر الکترومغناطیس نمی‌توانست میان آن‌ها تمایز و ارجحیت ایجاد کند. یعنی دستگاه‌های لخت تقارنی دارند که براساس آن و بنابر نظریه‌های فیزیکی نمی‌توان رفتن از یک دستگاه لخت به دستگاه لخت دیگر را از یک‌دیگر متمایز کرد.

این خواست تقارن در نسبیت عام توسعه می‌یابد. در این نظریه دستگاه لخت وجود ندارد؛ بااین‌حال، مسیرهای لخت (ژئودزیک‌ها) وجود دارند که میان حرکات لخت و غیرلخت (حرکات شتاب‌دار و حرکات دورانی) تمایز ایجاد می‌کنند. این دقیقاً همان ویژگی است که نظریه‌های قبلی نیز داشتند (Friedman 1983: 26-27). در این نظریه «هم‌چنان زیرردهٔ مرجحی از چهارچوب‌ها داریم به‌نام چهارچوب‌های لخت موضعی (local inertial frame) که نسبت به ژئودزیک‌های متریک نه شتاب‌داراست و نه دوران‌کننده» (ibid.: 27).

اما آن مفهومی که بیش از مفاهیم دیگر موجب اشکال و ابهام شده است مفهوم هم‌وردایی عام (general covariance) است. مثلاً، براساس برداشتی از این مفهوم، ویژگی اصلی نسبیت عام داشتن ویژگی هم‌وردایی عام است، که موجب تقارن کامل دستگاه‌های مختصات می‌شود؛ درواقع توسعهٔ اصل نسبیت. افزون‌براین‌ها، این مفهوم متحقق‌کنندهٔ این اندیشهٔ فلسفی واقع‌گرایانه است که وضعیت فیزیکی که بیان‌کنندهٔ ویژگی عینی جهان است مستقل از ما و ذهن ماست. بنابراین، وضعیت فیزیکی باید مستقل از ناظر باشد و چون هر دستگاه مختصات معادل است با ناظری که در آن دستگاه درحال سکون است، هر شکل از هویت عینی و فیزیکی باید مستقل از دستگاه مختصات باشد.

در این مقاله می‌کوشیم تا ضمن روشن‌کردن مفهوم هم‌وردایی عام دو دیدگاه دیگر را درمورد تمایز نسبیت عام با نظریه‌های فضا ـ زمانی دیگر، یعنی دیدگاه اندرسون ـ فریدمن[۱] و دیدگاه ارمن بیان کنیم و تمایزشان را نشان دهیم. در بخش دوم، برخی ابزارهای ریاضی

لازم را توضیح می‌دهیم. در بخش سوم، مفهوم هم‌وردایی عام را توضیح می‌دهیم. در بخش چهارم، دیدگاه‌های فریدمن و ارمن را بیان می‌کنیم و تمایز آن‌ها را نشان می‌دهیم و درنهایت در بخش پنجم نتیجه‌گیری می‌کنیم.

پیش از ورود به بحث لازم است تأکید کنیم که هدف اصلی در این مقاله بیان تمایز میان دیدگاه ارمن و دیدگاه فریدمن دربارهٔ نسبیت عام است. برای این‌که این تمایز روشن شود، باید مفهوم شیء مطلق روشن شود، دیدگاهی که ابتدا اندرسون ارائه داد و بعد از او فریدمن بسطش داد. برای روشن‌کردن این تمایز لازم است به‌دقت از ابزار ریاضیاتی استفاده شود؛ ازاین‌رو، این ابزار و بیان ریاضی دو دیدگاه را در بخش دوم و سوم خواهیم آورد. به این ترتیب می‌توانیم در بخش چهارم مدعای اصلی مقاله را بیان کنیم که همانا بیان تمایز مفهومی این دو دیدگاه است.

۲. ابزار ریاضیاتی لازم

در فیزیک، فضا ـ زمان با یک خمینهٔ چهاربُعدی هم‌چون M بازنمایی می‌شود. این خمینه به‌طریق زیر با کارت‌های مختصات تعریف می‌شود.[۲]

تعریف کارت مختصات: فرض کنید M فضای توپولوژیکی باشد که در آن U مجموعه‌ای باز است. دراین‌صورت، کارتی nبعدی روی M زوج (U, ϕ) است که در آن $\phi: U \to R^n$ همئومورفیسمی[۳] است روی زیرمجموعهٔ بازی از فضای اقلیدسی R^n که مجهز به توپولوژی متریک معمولی است.

هرگاه به‌ازای دو کارت مختصات چون (U_1, ϕ_1) و (U_2, ϕ_2) رابطهٔ $U_1 \bigcap U_2 \neq \emptyset$ برقرار باشد، آن‌گاه $\phi_2 \circ \phi_1^{-1}$ تابعی از زیرمجموعهٔ بازی چون $\phi_1(U_1 \cap U_2) \subset R^n$ روی زیرمجموعهٔ بازی چون $\phi_2(U_1 \cap U_2) \subset R^n$ است.

اطلسی (atlas) با بعد m روی فضای توپولوژیک M خانواده‌ای از کارت‌های مختصات به‌صورت $(U_i, \phi_i)_{i\in I}$ است (I یک مجموعهٔ اندیس است) که دارای خواص زیر است:

۱. $M = \bigcup_{i\in I} U_i$

۲. هر تابع هم‌پوشانی $\phi_j \circ \phi_i^{-1}$ به‌ازای $i, j \in I$ نگاشتی C^∞ از $\phi_i(U_i \cap U_j) \subset R^n$ به $\phi_j(U_i \cap U_j) \subset R^n$ باشد.

اگر این اطلس کامل باشد، یعنی اطلس دیگری (غیر از خودش) نباشد که حاوی آن باشد، آن‌گاه $(U_i, \phi_i)_{i\in I}$ را ساختار دیفرانسیلی روی M با بعد m می‌نامند و فضای توپولوژیک M را خمینهٔ دیفرانسیل‌پذیر یا m خمینه می‌گویند.

فرض ما این است که خمینهٔ M متریک‌پذیر است. در نسبیت عام یک متریک لورنتسی چون g_{ab} روی این خمینه تعریف شده است که در آن حروف ابتدایی الفبای لاتین بیان‌کنندهٔ نمادسازی اندیسی مجرد (abstract index notation) است (Malament 2012: 22). به‌علاوه، برروی این خمینه، اشیایی هندسی تعریف می‌کنیم، ازجمله میدان‌های تانسوری با مراتب مختلف. ازآن‌جاکه میدان‌های تانسوری بخش مهمی از اشیای هندسی‌اند، لازم است توضیح مختصری دربارهٔ آن‌ها بدهیم. به‌طور کلی، می‌توان مرتبهٔ یک میدان تانسوری نامشخص را درقالب (m, n) در نظر گرفت. برای تعریف این میدان یک‌رشته از تعاریف لازم است.

۱.۲ بردار مماس و فضای مماس در نقطهٔ p

فرض کنید M خمینه‌ای دیفرانسیل‌پذیر باشد؛ دراین‌صورت بردار مماسی چون v در نقطهٔ $p \in M$ تابعی است به‌صورت $v: C^\infty(M) \to \mathbb{R}$ که در آن $C^\infty(M)$ مجموعهٔ توابع هموار (smooth) از M به $\mathbb{R}$ است، طوری‌که شرایط زیر را برآورده سازد:

۱. به‌ازای هر f و g عضو $C^\infty(M)$

$$v(f + g) = v(f) + v(g)$$

۲. به‌ازای هر f عضو $C^\infty(M)$ و هر r عضو $\mathbb{R}$

$$v(rf) = rv(f)$$

۳. به‌ازای هر f و g عضو $C^\infty(M)$

$$v(fg) = g(p)v(f) + f(p)v(g)$$

مجموعهٔ تمام بردارهای مماس در نقطهٔ p که آن را با T_pM نشان می‌دهیم با جمع و ضرب زیر یک فضای برداری تشکیل می‌دهد که به آن فضای مماس در نقطهٔ p می‌گوییم.

۱. به‌ازای هر f عضو $C^\infty(M)$ هر v_1 و v_2 عضو T_pM

$$(v_1 + v_2)\ (f) = v_1(f) + v_2(f)$$

۲. به‌ازای هر f عضو $C^\infty(M)$، هر v عضو T_pM و هر r عضو $\mathbb{R}$

$$(rv)(f) = rv(f)$$

دراین‌صورت، مجموعهٔ همهٔ بردارها در M را کلاف مماس (tangent bundle) می‌گوییم و آن را با TM نشان می‌دهیم. به‌عبارت‌دیگر:

$$TM = \bigcup_{p\in M} T_pM$$

به این ترتیب، میدان برداری X اسنادی هموار است که با هر نقطه از خمینه برداری از فضای مماس در همان نقطه $X_p \in T_pM$ متناظر می‌شود، و هموواربودن این اسناد به این معناست که به‌ازای هر f عضو $C^\infty(M)$ تابع $Xf: M \to \mathbb{R}$ که به‌صورت زیر تعریف می‌شود هموار باشد.

$$M \to \mathbb{R}$$

$$p \mapsto (Xf)(p) \equiv X_p(f)$$

یعنی به‌طور نامتناهی مشتق‌پذیر باشد.

۲.۲ فضای دوگان (کتانژانت)

یک بردار دوگان (کتانژانت) تابعی است خطی به‌صورت $\omega_p: T_pM \to \mathbb{R}$. یعنی، به هر بردار در فضای مماس یک عدد حقیقی نسبت می‌دهد و داریم:

$$\omega_p(\alpha X_p + \beta Y_p) = \alpha\omega_p(X_p) + \beta\omega_p(Y_p)$$

مجموعهٔ تمام توابع خطی به این شکل را فضای دوگان فضای T_pM می‌نامند و با T_p^*M نشان می‌دهند. مجموعهٔ تمام بردارهای دوگان در M را که با TM^* نشان می‌دهند کلاف دوگان یا کلاف کتانژانت (cotangent bundle) می‌نامند. درواقع،

$$TM^* = \bigcup_{p\in M} T_p^*M$$

۳.۲ کامل‌بودن

اگر نظریه‌ای فضا ـ زمانی دارای مدل‌هایی به‌شکل $\langle M\,,\ O_1\,,\ldots,O_n\rangle$ باشد، به‌طوری‌که در معادلات میدان زیر صدق کند:

$$O_k = 0\,, O_{k+1} = 0, \ldots, O_n = 0$$

آن‌گاه هر n+1 تایی به‌شکل فوق که این معادلات را برآورده می‌سازد مدلی برای نظریه است (Earman and Norton 1987).

ما در این‌جا فرض می‌کنیم که نظریهٔ فضا ـ زمانی ما، که پیش‌تر به آن اشاره شد، موضعی (local) است؛ به این معنا که شروط زیر را برآورده می‌سازد.

۱. صورت‌بندی معادلات میدان در همسایگی نقطه‌ای چون p انجام می‌شود؛

۲. نظریهٔ فضا ـ زمانی واجد ویژگی کامل‌بودن باشد.

مزیت این روش این است که ازپیش درمورد توپولوژی کلی فضا ـ زمان فرضی نمی‌کنیم، زیرا توپولوژی‌های مختلفی با ساختار موضعی سازگارند. به این طریق، ما صرفاً تحول جهان و چگونگی ساختار آن را در اطراف یک نقطه از فضا ـ زمان توصیف می‌کنیم و این با انواع ساختارهای کلی (global) برای جهان سازگار خواهد بود (Friedman 1983: 33-34). برای نمونه، نمی‌گوییم که جهان تخت باز یا بسته است، یا هم‌بند (connected) است یا ناهم‌بند. به این ترتیب، نظریه‌های ما می‌توانند مدل‌های کیهان‌شناختی (cosmological models) مختلف داشته باشند (ibid.).

۴.۲ نگاشت‌های پیش‌برنده و پس‌برنده

نگاشت پیش‌برنده: فرض کنید M و N دو خمینه باشند و $h: M \to N$ تابعی هموار باشد. دراین‌صورت، این تابع نگاشتی چون h_* از T_pM به $T_{h(p)}M$ القا می‌کند، که آن را نگاشت پیش‌برنده (push-forward) می‌نامیم و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h_*: T_pM \to T_{h(p)}M$$
$$X_p \mapsto h_*(X_p)$$

که به‌ازای هر $f \in C^\infty(N)$ داریم:

$$h_*(X_p)(f) = X_p(f \circ h)$$

نکته‌ای که باید به آن توجه کنیم این است که این را نمی‌توان به میدان‌های برداری بسط داد، مگراین‌که تابع h دوسویه باشد. فرض کنید که X و Y به‌ترتیب میدان‌هایی در خمینه‌های M و N باشد، دراین‌صورت X وYرا h مرتبط می‌نامیم و این را با $h_*X = Y$ نشان می‌دهیم که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h_*(X_p) = Y_{h(p)}$$

نگاشت پس‌برنده: فرض کنید تابع f هموار باشد و $f \in C^{\infty}(N)$. آن‌گاه نگاشت h^* را نگاشت پس‌برنده (pullback) می‌نامیم که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h^*f \equiv f \circ h$$

که در آن $f \circ h \in C^{\infty}(M)$.

این مفهوم را می‌توان به میدان‌های تانسوری هموردای مرتبه‌بالاتر هم بسط داد. فرض کنید ω تک‌فرمی در خمینهٔ N باشد. دراین‌صورت، نگاشت پس‌برنده به‌شکل زیر تعریف می‌شود:

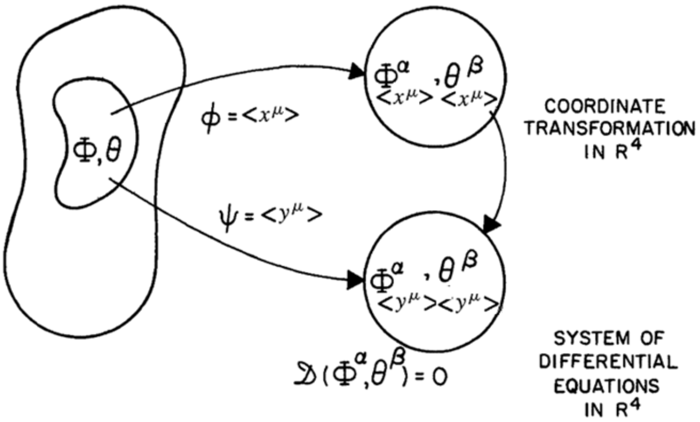
$$(h^*\omega)_p(X_p) = \omega_{h(p)}(h^*(X_p))$$

اگر تابع میان خمینه‌ها دوسویه باشد، می‌توان هم برای میدان‌های تانسوری هم‌وردا و هم برای میدان‌های تانسوری پادوردا نگاشت‌های پس‌برنده و پیش‌برنده تعریف کرد. می‌توان نشان داد که برای تانسوری از مرتبهٔ (k, l) داریم:

$$(h^*\,T)^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\cdots\nu_l} = \frac{\partial y^{\mu_1}}{\partial x^{\alpha_1}}\cdots\frac{\partial y^{\mu_k}}{\partial x^{\alpha_k}}\frac{\partial x^{\beta_1}}{\partial y^{\nu_1}}\cdots\frac{\partial x^{\beta_l}}{\partial y^{\nu_l}}T^{\alpha_1\cdots\alpha_k}{}_{\beta_1\cdots\beta_l}$$

۵.۲ تبدیل‌های منفعل و فعال

فرض کنید M خمینه‌ای دیفرانسیل‌پذیر nبُعدی باشد، و (U, ϕ)و (V, ψ) دو کارت مختصات. بنابراین می‌توان ϕ و ψ را به‌صورت $\phi(p) = (x^1(p), \dots, x^n(p))$ و $\psi(p) = (y^1(p), \dots, y^n(p))$ نشان داد که در آن $x^{\mu} \in C^{\infty}(M)$ و $y^{\mu} \in C^{\infty}(M)$ است و آن‌ها را توابع مختصات می‌نامند. درواقع، ما با کارت‌های مختصات روی نقاط فضا ــ زمان (خمینه) برچسب می‌زنیم تا هر نقطهٔ p در فضا ـ زمان را با این اعداد نشان دهیم. برای نمونه می‌توان نقطهٔ p را با $x^1(p), \dots, x^n(p)$ یا با $y^1(p), \dots, y^n(p)$ نشان داد. هم‌چنین، میدان‌های تانسوری به‌معنای‌اعم را (باید توجه داشت که توابع اسکالر، بردارها، و بردارهای دوگان را نیز می‌توان تانسورهای مرتبه (0,0)، (1,0)، و (0,1) در نظر گرفت) می‌توان در دستگاه‌های مختلف نشان داد. درواقع، نشان‌دادن این‌ها در دستگاه‌های مختصات مختلف نمایش‌دادن یک شیء به‌طرق مختلف است. هنگامی‌که با یک تبدیل مختصات شیء هندسی Θ در مختصات x^{μ} را در مختصات دیگری هم‌چون y^{μ} نمایش دهیم، با تبدیل منفعل مواجهیم:

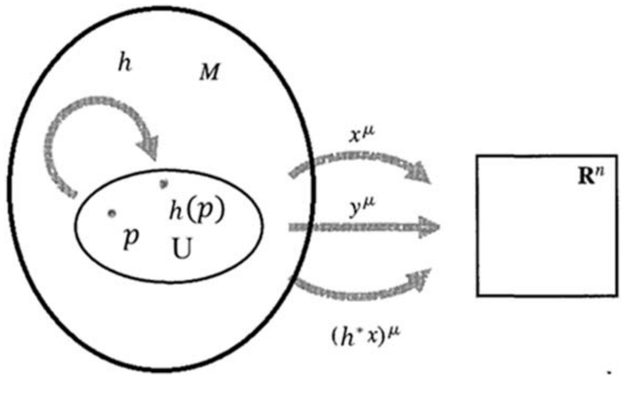


شکل ۱[۴]

۶.۲ تبدیل یک میدان تانسوری تحت دیفئومورفیسم

فرض کنید h یک دیفئومورفیسم از M به M باشد و Θ یک میدان تانسوری. دراین‌صورت، مقدار تابع $h^*\Theta$ که آن را جابه‌جایی (dragging along) می‌نـامیم و هـم مـی‌توانـد نگاشـت پس‌برنده باشد و هم نگاشت پیش‌برنده در نقطهٔ h(p) در مختصات $y^\mu = x^\mu \circ h$ برابر است با مقدار Θ در نقطهٔ p در مختصات x^μ (ibid.: 359). مثلاً اگر X یک میدان برداری باشـد کـه تحت یک تبدیل دیفئومورفیسم (در این‌جا خودریختی (automorphism) نامیـده مـی‌شـود، چون تابعی است از M به M) به h^*X تبدیل شود، داریم:

$$(h^* X)_{h(p)} x^\mu = X_p (x^\mu \circ h)$$



شکل ۲[۵]

۳. هموردایی عام

هموردایی عام از ویژگی‌های معادلات نظریهٔ نسبیت عام است. پرسش مهمی‌که باید به آن پاسخ دهیم این است که آیا این ویژگیِ منحصر به این نظریه است و از اصول اختصاصی آن نشئت می‌گیرد یا همهٔ نظریه‌های فضا ـ زمانی چنین خصوصیتی دارند؟ در مباحث فلسفی و بنیادی مربوط به نظریه‌های فضا ـ زمانی و به‌خصوص نسبیت عام، دراین‌باره که هموردایی عام دقیقاً به چه معناست اختلاف‌نظر زیاد است؛ بااین‌حال، برسر دو موضوع توافق گسترده وجود دارد: ۱. هموردایی عام، نسبیت عام را از نظریه‌های پیشین متمایز نمی‌کند، به‌شرط‌این‌که نظریه‌های پیش از نسبیت عام به‌طریق مناسبی صورت‌بندی شده باشند؛ ۲. هموردایی عام، به‌خودی‌خود هیچ محتوای فیزیکی‌ای ندارد (Pooley 2010: 197).

نکتهٔ جالب دربارهٔ نظریهٔ نسبیت عام این است که درمورد این‌که کدام اصول مبین ویژگی متمایزکننده‌اند اختلاف‌نظر وجود دارد. بااین‌که درابتدا توافق بسیاری با آینشتاین برسر این اصول وجود داشت، با گذشت زمان، اختلافات درمورد اصولی که وی آن‌ها را اصول نظریه‌اش می‌دانست درحال افزایش است. نکته این‌جاست که این اختلاف‌ها صرفاً در انتخاب بهترین روش برای بازسازی اصول و قضایا یا روشن‌کردن برخی مواضع در صورت‌بندی اصول نیست: «صداهای مخالف اعلام می‌کنند که آینشتاین دربارهٔ اندیشه‌های بنیادی نظریهٔ خود در اشتباه بوده است و اصول پایه‌ای پیش‌نهادی او به‌واقع با نظریهٔ او ناسازگار است» (Norton 1993: 794). آن‌چه وضعیت را پیچیده‌تر می‌کند تغییر موضع خود آینشتاین بوده است. او در مواضع مختلف اصل هم‌ارزی، اصل ماخ، و اصل نسبیت را اصول سه‌گانهٔ مبانی نظریهٔ خود معرفی کرده است. مسئله این است که تأکید وی روی این‌ها متغیر بوده است (ibid.).

البته آینشتاین، بنابر اظهارنظر خود، هیچ‌گاه میان اصل نسبیت و اصل ماخ تمایز روشنی قائل نبود. «هم‌چنین او به‌طور کامل اشتیاق خود را به اصل ماخ از دست داد و در دوران انتهایی عمر خود آن را کنار گذاشت» (ibid.). بااین‌که درمورد اصل هم‌ارزی اختلاف فراوان است، طوری‌که اندرسون (Anderson) و گاترو (Gatreau) اظهار می‌دارند که تقریباً به‌تعداد نویسنده‌هایی که دربارهٔ آن نوشته‌اند اصل هم‌ارزی داریم (Anderson and Gatreau 1969: 1656)، بزرگ‌ترین مشاجره درباب اصل نسبیت و تعبیر آن بوده است (ibid.). نکتهٔ مهمی که باید به آن اشاره کنیم این است که، هنگامی‌که آینشتاین در ۱۹۱۵ نظریهٔ نسبیت عام را

صورت‌بندی کرد، می‌پنداشت به نقطهٔ اوج جست‌وجوی خود در ارائهٔ یک نظریهٔ هم‌وردای عام رسیده است. به‌بیان‌دیگر، هم‌وردایی به‌سرعت به برداشت غالب از نظریهٔ نسبیت عام تبدیل شد؛ گویی یگانه دستاورد آن است (Norton 2003: 110). در ۱۹۱۷ اریک کرشمان (Erich Kretschmann) اظهار داشت که در برداشت آینشتاین از هم‌وردایی عام هیچ نوعی از محتوای فیزیکی وجود ندارد. اکنون این مخالفت به جریان غالب تبدیل شده است (ibid.).

پرسش‌های مهمی دراین‌باره وجود دارد: آیا نظریهٔ نسبیت عام بسط اصل نسبیت به حرکت شتاب‌دار است؟ آیا این بسط را هم‌وردایی عام قوانین آن فراهم می‌کند؟ ازآن‌جاکه یک ویژگی شناخته‌شدهٔ نظریهٔ نسبیت عام این است که دستگاه مختصات مرجح ندارد، آیا این ویژگی معادل است با «هم‌وردایی عام» یا «ناوردایی دیفئومورفیسم» (diffeomorphism invariant)؟ در این بخش می‌کوشیم به این پرسش اخیر پاسخ دهیم.

برای این‌که پاسخ پرسش را بیابیم، ابتدا باید ببینیم معنای هم‌وردایی عام چیست تا ضمن بررسی دو دیدگاه دربارهٔ تمایز نسبیت عام با نظریه‌های پیشین آن را مشخص خواهیم کرد. دیدگاه اول دیدگاه اندرسون ـ فریدمن درمورد نبود شیء مطلق در نظریهٔ نسبیت عام است و دیدگاه دوم دیدگاه ارمن است که بر وجود قیدی تأکید دارد که نوعی تقارن پیمانه‌ای است و نظریه‌های پیش از نسبیت عام واجد آن نیست. ابتدا دیدگاه فریدمن ـ اندرسون را بیان می‌کنیم (ارائهٔ ما دراین‌جا از کتاب فریدمن است).

۱.۳ دیدگاه اندرسون ـ فریدمن

برای معرفی این دیدگاه لازم است مفهوم شیء هندسی را توضیح دهیم، مفهومی که در شکل‌گیری این منظر نقشی بنیادین دارد.

۱.۱.۳ شیء هندسی

اندرسون معتقد است تمام اشیای هندسی باید یک شرط محوری را برآورده سازند: فراهم‌کردن مبنای تحقق (realization) از گروه‌نگاشت خمینه‌ای (the manifold mapping group). تحت نگاشتی از این گروه، شیء هندسی Θ دست‌خوش یک تبدیل می‌شود و به شیء هندسی Θ' تبدیل می‌شود.

به‌طور کلی، اگر شیء Θ هندسی باشد، باید شرایط زیر را برآورده کند (Anderson 1967: 14):

۱. اگر نگاشتی که با توابع $x'^{\mu}(x)$ معین می‌شود Θ را به Θ' تبدیل کند و نگاشتی که با توابع $x''^{\mu}(x)$ معین می‌شود Θ' را به Θ'' تبدیل کند، دراین‌صورت، تحت نگاشتی که با توابع $x''^{\mu}(x')$ معین می‌شود Θ به Θ'' تبدیل می‌شود؛

۲. Θ، تحت نگاشت این‌همانی به خودش تبدیل می‌شود؛

۳. اگر Θ تحت نگاشتی به Θ' تبدیل شود، تحت نگاشت معکوس این نگاشت Θ' به Θ تبدیل می‌شود[۶] (ibid.).

فریدمن هموردایی عام را خصوصیت هر نظریه‌ای می‌داند که بتوان آن را مستقل از مختصات صورت‌بندی کرد. «یک نظریه هموردای عام خواهد بود دقیقاً وقتی بتوان صورت‌بندی‌ای ذاتی (intrinsic) یا مستقل از مختصات از آن ارائه کرد. تنها نظریه‌های هموردای عام توصیفی ذاتی از فضا ـ زمان می‌دهند» (Friedman 1983: 54).

او تصریح می‌کند که «اصل هموردایی عام هیچ محتوایی ندارد و هیچ نظریه‌ای را معین نمی‌کند، بلکه صرفاً تعهد ما را به سبک معینی از صورت‌بندی نظریه‌ها بیان می‌کند. به همین دلیل، هموردایی عام، به‌هیچ‌وجه، امری درمورد نسبیت حرکت را محقق نمی‌کند. فضا ـ زمان سادهٔ $E^3 \times \mathbb{R}$ که در آن مفاهیم معنادار از حرکت مطلق، در معانی گوناگون، (سکون، سرعت، شتاب، و مانند آن‌ها) وجود دارد می‌تواند به‌شکل توصیفی مستقل از مختصات (هم وردای عام)، دقیقاً به‌همان آسانی فضا ـ زمان نسبیت عام، داده شود» (ibid.: 54-55).

معمولاً، به هر نظریهٔ فضا ـ زمانی گروهی از تبدیلات نسبت داده می‌شود که باور بر این است که این گروه معین‌کنندهٔ ویژگی نظریه است و نظریهٔ تحت این گروه از تبدیلات ناوردا باقی می‌ماند. در این‌جا، مفاهیم ناوردا (invariant) و هموردا (covariance) موجب ابهام بسیار شده‌اند. اغلب، گروهای تقارنی را بیان‌کنندهٔ اصول نسبیت تلقی کرده‌اند؛ یعنی، گروه تقارنی گالیله‌ای و گروه تقارنی لورنتسی را مبین نسبیت حرکت لخت یا غیرشتاب‌دار می‌دانند. «این واقعیت که حالات مختلف حرکت لخت معادل یا تمایزناپذیر است ”اصل خاص با گسترش این تمایزناپذیربودن به پدیده‌های الکترومغناطیس فراتر از اصل گالیله‌ای می‌رود“» (ibid.: 46-47).

فریدمن به دو طریق هموردایی عام را برای معادلات تعریف می‌کند: فعال (active) و منفعل (passive). برای توضیح این مطلب ابتدا باید الگوهای دینامیکی ممکن را توضیح دهیم که این کار را براساس متنی از فریدمن (ibid.: 48-53) انجام می‌دهیم.

هر نظریهٔ فضا ـ زمانی رده‌ای از الگوهـا را بـه‌صـورت $\langle M , O_1 , \ldots , O_n \rangle$ توصـیف می‌کند. این‌ها درواقع میدان‌های تانسوری است که به هر نقطه از فضا ـ زمان یـک تانسـور نسبت می‌دهد. این‌جا اشیای هندسی دیگری هم وجود دارد؛ اما ما بیش‌تـر بـا میـدان‌هـای تانسوری مواجهیم. برای سادگی، فرض کنید الگوهـای فـوق بـه‌شـکل $\langle M , \Phi, \Theta \rangle$ اسـت. معادلات میدان نظریه‌های فضا ـ زمانی معادلاتی است که در آن‌ها مقادیر اشیای هندسی، که اعداد حقیقی است، در یک بازه صفر است. این امر را می‌توان به‌صورت معادلـهٔ زیـر بیـان کرد که معادله‌ای مستقل از مختصات است:

$$\mathcal{F}(\Phi, \Theta) = 0 \qquad (1)$$

فرض کنید Φ تانسور مرتبهٔ (k, l) و Θ تانسور مرتبهٔ (m, n) باشـد. درایـن‌صـورت، در دستگاه مختصات $\langle x^\mu \rangle$، معادلهٔ فوق به معادلهٔ زیر تبدیل می‌شود (که معادلـه‌ای وابسـته بـه مختصات است).

$$\mathcal{D}^{\mathcal{F}}_{\langle x^\mu \rangle}((\Phi^\alpha)_{\langle x^\mu \rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle x^\mu \rangle} = 0$$

برای میدان‌های تانسوری در دستگاه مختصـات $\langle x^\mu \rangle$، Φ بـه‌صـورت $\Phi^{\mu_1 \cdots \mu_k}{}_{\nu_1 \ldots \nu_l}$ و Θ به‌صورت $\Theta^{\mu_1 \cdots \mu_m}{}_{\nu_1 \ldots \nu_n}$ است و رابطهٔ بالا به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\mathcal{D}^{\mathcal{F}}_{\langle x^\mu \rangle}((\Phi^{\mu_1 \cdots \mu_k}{}_{\nu_1 \ldots \nu_l})_{\langle x^\mu \rangle}, (\Theta^{\mu_1 \cdots \mu_m}{}_{\nu_1 \ldots \nu_n})_{\langle x^\mu \rangle}) = 0$$

این معادلهٔ دیفرانسیل رده‌ای از الگوها را مشخص می‌کند کـه نظریـه آن‌هـا را انتخـاب می‌کند و اندیس $\langle x^\mu \rangle$ نشان‌دهندهٔ این است که مؤلفه‌های این اشیای هندسی در مختصـات $\langle x^\mu \rangle$ بیان شده است. می‌توان (1) را در دستگاه مختصات دیگری چون $\langle y^\mu \rangle$ هم نشان داد؛ دراین‌صورت، معادلهٔ زیر را خواهیم داشت:

$$\mathcal{D}^{\mathcal{F}}_{\langle y^\mu \rangle}((\Phi^\alpha)_{\langle y^\mu \rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle y^\mu \rangle} = 0$$

رابطهٔ فوق برای میدان‌های تانسوری به‌صورت زیر می‌شود:

$$\mathcal{D}^{\mathcal{F}}_{\langle y^\mu \rangle}((\Phi^{\mu_1 \cdots \mu_k}{}_{\nu_1 \ldots \nu_l})_{\langle y^\mu \rangle}, (\Theta^{\mu_1 \cdots \mu_m}{}_{\nu_1 \ldots \nu_n})_{\langle y^\mu \rangle}) = 0$$

مثلاً، معادلهٔ ژئودزیک را در نظر بگیرید. شکل ذاتی یا مستقل از مختصات ایـن معادلـه چنین است:

$$D_{T_\sigma} T_\sigma = 0 \qquad (2)$$

که اگر به‌شکل معادلهٔ (1) نوشته شود به معادلهٔ زیر تبدیل خواهد شد:

$$\mathcal{F}(\mathrm{D}, \mathrm{T}_\sigma) = 0$$

دراین‌صورت، در یک مختصات دل‌خواه، بردار مماس بر منحنی $\sigma(t)$ به‌صورت $V^\mu = \frac{d(x^\mu \circ \sigma)}{dt}$ است (که این را معمولاً با $\frac{dx^\mu}{dt}$ نشان می‌دهند) و در همان مختصات، معادلهٔ (2) به‌صورت زیر است.

$$\frac{d^2x^\mu}{dt^2} + \Gamma^\mu_{\rho\sigma}\frac{dx^\rho}{dt}\frac{dx^\sigma}{dt} = 0 \qquad (3)$$

یا

$$\frac{dV^\mu}{dt} + \Gamma^\mu_{\rho\sigma}V^\rho V^\sigma = 0 \qquad (3)'$$

اگر این فضا ـ زمان تخت باشد، در دستگاه مختصات لختی چون $\langle z^\mu \rangle$، در همسایگی نقطه‌ای چون p، $\Gamma'^\mu_{\rho\sigma} = 0$ است. بنابراین در این دستگاه مختصات معادلهٔ (2) با معادلات زیر بیان می‌شود:

$$\frac{d^2z^\mu}{dt^2} + \Gamma'^\mu_{\rho\sigma}\frac{dz^\rho}{dt}\frac{dz^\sigma}{dt} = 0\,, \Gamma'^\mu_{\rho\sigma} = 0 \;\Longrightarrow \frac{d^2z^\mu}{dt^2} = 0 \qquad (4)$$

یا

$$\frac{dV'^\mu}{dt} + \Gamma'^\mu_{\rho\sigma}V'^\rho V'^\sigma = 0\,, \quad \Gamma'^\mu_{\rho\sigma} = 0 \;\Longrightarrow \frac{dV'^\mu}{dt} = 0$$

که در آن $V'^\mu = \frac{dz^\mu}{dt}$. به این ترتیب، معادلهٔ (3) دقیقاً همان رده‌ای از الگوها را معین می‌کند که معادلهٔ (4) مشخص می‌کند. یعنی، هنگامی‌که یک معادلهٔ مستقل از مختصات به‌شکل (2) داریم (معادله‌ای که به‌شکل ذاتی (intrinsic) بیان شده است) در هر دستگاه مختصاتی که نمایش داده شود ردهٔ الگوهای یک‌سانی را معین می‌کند.[۷]

اما اگر ابتدا از معادلهٔ (4) به‌شکل $\frac{d^2z^\mu}{dt^2} = 0$ شروع کنیم و بخواهیم شکل معادلات در مختصات دیگری چون $\langle x^\mu \rangle$ هم به همین شکل باشد؛ یعنی، رابطهٔ زیر برقرار باشد:

$$\frac{d^2x^\mu}{dt^2} = 0 \qquad (5)$$

آن‌گاه ردهٔ الگوهایی که معادلهٔ (4) معین می‌کند با ردهٔ الگوهایی که (5) معین می‌کند یک‌سان نخواهد بود. ما در این‌جا از معادلات در یک دستگاه مختصات شروع کردیم (معادله‌ای که به‌شکل عَرَضی (extrinsic) بیان شده است)؛ ولی اگر بخواهیم شکل معادله یک‌سان باقی بماند، الگوهایی که این شکل‌های یک‌سان معین می‌کند یک‌سان نخواهد بود.

با این توضیحات، هم‌وردایی معادلات را تعریف می‌کنیم.

فرض کنید معادلات دیفرانسیلی چون $\mathcal{D}\left(\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l}, \Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n}\right) = 0$ در $\mathbb{R}^4$ داده شده است و نسبت به مختصات $\langle x^\mu \rangle$ این سیستم از معادلات رده‌ای چون $\langle M\ ,\ \Phi\ , \Theta\rangle$ از الگوها را معین می‌کند. این دستگاهِ معادلات را تحت تبدیلات مختصات، که در آن مختصات $\langle x^\mu \rangle$ به مختصات $\langle y^\mu \rangle$ تبدیل می‌شود، هم‌وردا (covariant) می‌گویند، هرگاه در دستگاه $\langle y^\mu \rangle$ نیز معادلهٔ فوق همان رده از الگوها را معین کند. یعنی، به‌ازای هر Φ و Θ عضو M:

$$\begin{aligned}&\mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l})_{\langle x^\mu\rangle}, (\Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n})_{\langle x^\mu\rangle}) = 0\\ \Leftrightarrow\ &\mathcal{D}_{\langle y^\mu\rangle}((\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l})_{\langle y^\mu\rangle}, (\Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n})_{\langle y^\mu\rangle}) = 0 \quad (6)\end{aligned}$$

که این را به‌اختصار می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد که برای تمام اشیای هندسی (موردبحث) برقرار است:

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((\Phi^{\alpha})_{\langle x^\mu\rangle}, (\Theta^{\beta})_{\langle x^\mu\rangle}) = 0 \Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle y^\mu\rangle}((\Phi^{\alpha})_{\langle y^\mu\rangle}, (\Theta^{\beta})_{\langle y^\mu\rangle}) = 0 \quad (6)'$$

دراین‌صورت، گروه هم‌وردایی (covariance group) برای یک نظریه بزرگ‌ترین زیرگروه از گروه تبدیلات مختصات است که هر تبدیل عضو این زیرگروه شرط فوق را برآورده کند.

اما اکنون دستگاهی از معادلات را به‌شکل زیر در نظر بگیرید:

$$\mathcal{D}(\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l}, \Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n}) = 0$$

در دستگاه مختصات $\langle x^\mu \rangle$، معادلات فوق به‌شکل زیر خواهد بود:

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l})_{\langle x^\mu\rangle}, (\Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n})_{\langle x^\mu\rangle}) = 0$$

همان‌طورکه اشاره کردیم، این دستگاه معادلات رده‌ای از الگوها را به‌شکل $\langle M\ , \Phi, \Theta\rangle$، نسبت به دستگاه مختصات $\langle x^\mu \rangle$، معین می‌کند. این معادلات تحت تبدیل دیفئومورفیسمی[۸]

در خمینه چون h هموورداست، هرگاه $\langle M, h^*\Phi, h^*\Theta\rangle$ هم در دستگاه مختصات $\langle x^\mu\rangle$ الگویی برای نظریه باشد.

اکنون، تبدیل مختصاتی چون $\langle x^\mu\rangle \rightarrow \langle y^\mu\rangle$ را در نظر بگیرید. این تبدیل منجر به تبدیلی چون $M \rightarrow Mh$ در خمینه می‌شود (خودریختی) که براساس آن مقدار شیء هندسی‌ای چون Φ به $h^*\Phi$ تبدیل می‌شود و مقدار Φ در p در مختصات $\langle y^\mu\rangle$ برابر خواهد شد با مقدار $h^*\Phi$ در $h(p)$ در مختصات. $\langle x^\mu\rangle$ یعنی:

$$(h^*\Phi)_{\langle x^\mu\rangle}(h(p)) = (\Phi)_{\langle y^\mu\rangle}(p)$$

اکنون فرض کنید $\mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\dots\nu_l})_{\langle x^\mu\rangle}, (\Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\dots\nu_n})_{\langle x^\mu\rangle}) = 0$ دستگاهی از معادلات دیفرانسیل است یا، به‌بیان‌دیگر، معادلات دیفرانسیل حاصل از معادلات میدان یا معادلات حرکت نظریه است که در دستگاه مختصات $\langle x^\mu\rangle$ بیان شده است. این دستگاه معادلات را که الگویی چون $\langle M, \Phi, \Theta\rangle$ را معین می‌کند تحت تبدیل خمینهٔ h، هموردای عام گویند هرگاه $\langle M, h^*\Phi, h^*\Theta\rangle$ نیز در نسبت با $\langle x^\mu\rangle$ الگویی را معین کند. به‌عبارت‌دیگر، هرگاه رابطهٔ زیر برقرار باشد:

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\dots\nu_l})_{\langle x^\mu\rangle}, (\Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\dots\nu_n})_{\langle x^\mu\rangle}) = 0 \iff$$
$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}(((h^*\Phi)^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\dots\nu_l})_{\langle x^\mu\rangle}, ((h^*\Theta)^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\dots\nu_n})_{\langle x^\mu\rangle}) = 0$$

اما از مطالب گفته‌شده می‌توان ملاحظه کرد که

$$\mathcal{D}_{\langle y^\mu\rangle}((\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\dots\nu_l})_{\langle y^\mu\rangle}, (\Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\dots\nu_n})_{\langle y^\mu\rangle})/_p$$
$$= \mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}(((h^*\Phi)^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\dots\nu_l})_{\langle x^\mu\rangle}, ((h^*\Theta)^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\dots\nu_n})_{\langle x^\mu\rangle})/_{h(p)}$$

که در آن $y^\mu = x^\mu \circ h$. بنابراین، هر دو بیان معادل‌اند؛ زیرا اگر از صورت مختصرتر رابطهٔ (6) یعنی رابطه′ (6) استفاده کنیم، خواهیم داشت:

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((\Phi^\alpha)_{\langle x^\mu\rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle x^\mu\rangle})|_p = 0 \Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle y^\mu\rangle}((\Phi^\alpha)_{\langle y^\mu\rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle y^\mu\rangle})|_p = 0$$
$$= \mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((h^*\Phi^\alpha)_{\langle x^\mu\rangle}, (h^*\Theta^\beta)_{\langle x^\mu\rangle})|_{h(p)}$$

بنابراین:

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((\Phi^\alpha)_{\langle x^\mu\rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle x^\mu\rangle})/_p = 0 \Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((h^*\Phi^\alpha)_{\langle x^\mu\rangle}, (h^*\Theta^\beta)_{\langle x^\mu\rangle})/_{h(p)} = 0$$

باید بر این نکته تأکید کنیم که هموردابودن معادلات نظریه به چگونگی صـورت‌بنـدی نظریه‌ها بستگی دارد. به‌بیان‌دیگر، می‌توان گفت بااین‌که معادلات صورت‌بنـدی‌هـای معیـار مکانیک نیوتنی و نسبیت خاص هموردای عام نیستند، می‌توان با صورت‌بندی مناسب آن‌ها به معادلاتی رسید که به معنای گفته‌شده هموردای عام‌اند. بنابراین «گروه هموردایـی» تمـام این نظریه‌ها یکی است. این گروه گروه تمام تبدیلات قابل‌قبول مختصات است.

به این ترتیب، روشن است که هموردایی عام معادلات نظریه معادل اصل نسـبیت عـام حرکت نیست. یعنی گزاره‌های (1) و (2) که به‌صورت زیر بیان شده‌اند معادل هم نیستند.

۱. معادلات نظریه هموردای عام‌اند؛

۲. اصـل نسـبیت عـام (general principle of relativity): تمـام حـالات حرکـت، یعنـی حرکت‌های شتاب‌دار (اعم از حرکت دورانی و غیردورانـی) و بـدون شـتاب، تمایزناپـذیر (indistinguishable) یا معادل (equivalent) هستند (اصل نسبیت عام).

بنابراین، روشن است که گروه هموردایی ابزار مناسبی برای بیان تمایز میان نظریـه‌هـای نسبیت عام، نسبیت خاص، الکترومغناطیس، و مکانیک نیوتنی نیست. اکنون پیش‌نهـادی را مطرح می‌کنیم که جیمز. ال. اندرسون ارائه داده است.

تعریف اندرسون از گروه تقارنی

پـیش‌نهـاد اندرسـون بـرای بیـان ایـن تمـایز مبتنـی اسـت بـر مفهـوم گـروه تقـارنی (symmetry group) یا گروه ناوردایی (invariance group).

فرض کنید Θ شیئی هندسی باشد (میدانی تانسوری). دراین‌صورت، همان‌طورکه گفتـه شد، مقدار تابع $h^*\Theta$ در نقطهٔ $h(p)$ در مختصات $\langle x^\mu \circ h\rangle = \langle y^\mu\rangle$ برابر است بـا مقـدار Θ در نقطهٔ p در مختصات $\langle x^\mu\rangle$. اگر تحت دیفئومورفیسمی (خودریختی‌ای) $h^*\Theta = \Theta$ باشد، یعنی، مقدار تابع Θ در نقطهٔ $h(p)$ در مختصات $\langle x^\mu \circ h\rangle = \langle y^\mu\rangle$ برابر باشد با مقـدار Θ در نقطهٔ p در مختصات$\langle x^\mu\rangle$، آن‌گاه می‌گویند که این تبدیل «تقـارنی» بـرای Θ اسـت یـا Θ را «ناوردا» نگاه می‌دارد (Friedman 1983: 359-360).

۲.۳ گروه تقارنی

گروه تقارنی یک نظریه بزرگ‌ترین زیرگروه از گروه تمام تبدیلات مقبول (خودریختی‌ها یا دیفئومورفیسم‌ها) آن نظریه است که اشیای هندسی معینی را که متعلق به نظریه است ناوردا

نگه می‌دارد (اشیایی که به هریک از آن‌ها شیء مطلق می‌گویند). به این ترتیب، می‌توان نشان داد که گروه تقارنی مکانیک نیوتنی گروه گالیله‌ای است که زیرمجموعهٔ سره‌ای از گروه تمام تبدیلات مقبول $\mathcal{M}$ است، گروه تقارنی نسبیت خاص گروه لورنتس است که این گروه نیز زیرمجموعهٔ سره‌ای از گروه تمام تبدیلات مقبول $\mathcal{M}$ است و گروه تقارنی نسبیت عام نیز گروه تمام تبدیلات قابل‌قبول است؛ یعنی $\mathcal{M}$.

نکتهٔ اساسی در رویکرد اندرسون تمایز میان شیء مطلق و شیء دینامیک است (ibid.: 56). شیء مطلق در یک نظریه (مثل متریک نسبیت خاص) شیئی است که از برهم‌کنش‌هایی که نظریه توصیف می‌کند متأثر نمی‌شود. این، درواقع، «چهارچوب پس‌زمینه» (background framework) است که در آن برهم‌کنش‌ها صورت می‌پذیرد (ibid.: 56-57). درمقابل، شیء دینامیک (مثل متریک نسبیت عام) شیئی است که از برهمکنش اشیای دیگر متأثر می‌شود. مثلاً، در متریک نسبیت عام، این شیء هندسی دینامیک، از تانسور انرژی ـ اندازهٔ حرکت متأثر می‌شود (ibid.: 57). فریدمن تلاش می‌کند تعریف دقیقی از شیء مطلق ارائه دهد. تعریف او را همراه با تعریف دیگری از هموردایی عام (تعریف ارمن) یک نظریه بیان می‌کنیم.

۳.۳ هموردایی عام، دیدگاه‌های فریدمن و ارمن

نظریهٔ T هموردای عام است، هرگاه اگر $< M , O_1 , \dots , O_n >$ الگویی از نظریه باشد، به‌ازای هر $p \in M$ و همسایگی‌ای چون A از نقطهٔ p و تبدیلی[۹] چون $h: A \to B$ که در آن B نیز همسایگی‌ای از نقطهٔ p است، $\langle M , h^*O_1 , \dots , h^*O_n \rangle$ نیز مدل T در $A \cap B$ باشد (ibid.: 58).

نکتهٔ مهم این است که معکوس مطلب مذکور همواره برقرار نیست؛ یعنی، اگر $\langle M , O_1 , \dots , O_n \rangle$ و $\langle M , \Theta_1 , \dots , \Theta_n \rangle$ دو الگو برای نظریه‌ای چون T باشند، چنین نیست که همواره دیفئومورفیسمی (خودریختی‌ای) چون h وجود داشته باشد که رابطهٔ $\Theta_i = h^*\Theta_i$ برقرار باشد. این وضعیت هنگامی برقرار است که رابطهٔ زیر تحقق یابد.

هم‌ارزی D: هرگاه $\langle M , O_1 , \dots , O_n \rangle$ و $\langle M , \Theta_1 , \dots , \Theta_n \rangle$ دو الگو از نظریه‌ای چون T باشند، به‌ازای هر نقطه از M چون p، همسایگی‌هایی چون A و B از این نقطه و تبدیلی (دیفئومورفیسمی یا خودریختی‌ای) چون $h: A \to B$ وجود دارد، طوری که $\Theta_i = h^*O_i$ در $A \cap B$ برقرار باشد (ibid.).

اگر رابطهٔ فوق بین O_i و Θ_i برقرار باشد، این دو را D هم‌ارز می‌نامیم. بـه ایـن ترتیـب، می‌توان شیء مطلق یک نظریه را این‌گونه تعریف کرد:

O_i شـیء مطلـق نظریـهٔ فضـا ـــ زمـانی T اسـت، هرگـاه اگـر $\langle M, O_1, \ldots, O_n \rangle$ و $\langle M, \Theta_1, \ldots, \Theta_n \rangle$ دو الگوی T باشند، آن‌گاه O_i و Θ_i، D هم‌ارز باشد (ibid.: 60).

به این ترتیب، می‌توان گفت که گروه تقارنی نظریهٔ فضا ـ زمانی زیرگروهی از تبدیلات خمینه‌ای است که تحت تبدیل تبدیلات عضو آن شیء مطلق نظریه ناوردا بماند.

با توضیحاتی که دربارهٔ رویکرد اندرسون ـ فریدمن درباب هم‌وردایی عام و شیء مطلق آوردیم، اکنون سراغ دیدگاه ارمن درمورد هم‌وردایـی عـام و تمـایز نسـبیت عـام بـا سـایر نظریه‌های فضا ـ زمانی می‌رویم.

ارمن میان دو نوع هـم‌وردایـی عـام تمـایز قائـل مـی‌شـود: هـم‌وردایـی عـام صـوری (formal general covariance) و هم‌وردایی عام جـوهری (substantive general covariance). هم‌وردایی عام صوری ویژگی‌ای است که نظریه‌های فضا ـ زمانی پیش از نسبیت عـام نیـز واجد آن بودند. یعنی هم مکانیک نیوتنی و هم نسبیت خاص این ویژگی را دارند. بنابراین، هم‌وردایی عام صوری نمی‌تواند متمایزکنندهٔ نسبیت عـام از نظریـه‌هـای دیگـر باشـد. امـا هم‌وردایی عام جوهری ویژگی‌ای است که درمیان این نظریه‌ها صرفاً در نسبیت عام یافـت می‌شود و ازاین‌رو متمایزکنندهٔ نسبیت عام از دیگر نظریـه‌هاسـت. ارمـن هـم‌وردایـی عـام جوهری را این‌گونه بیان می‌کند:

> فرض کنید h یک دیفئومورفیسم باشد (یعنی نگاشتی یک‌به‌یـک و پوششـی از M بـه روی خودش). آن‌گاه نظریه‌ای فضا ـ زمـانی هـم‌وردایـی عـام جـوهری را بـرآورده می‌کند در حالتی که (i)[۱۰] اگر $\langle M, O_1, \ldots, O_n \rangle$ قوانین نظریه را برآورده کند، آن‌گـاه به‌ازای $h \in diff(M)$، $\langle M, h^*O_1, \ldots, h^*O_n \rangle$ نیز قوانین نظریـه را بـرآورده کنـد که در آن h^*O_i به‌معنای جابه‌جایی O_i با h اسـت و (ii) ایـن نـاوردایی دیفئومورفیسـم یک تقارن پیمانـه‌ای (gauge symmetry) نظریـه باشـد؛ یعنـی، $\langle M, O_1, \ldots, O_n \rangle$ و $\langle M, h^*O_1, \ldots, h^*O_n \rangle$ توصیفاتی از وضعیت فیزیکی یـک‌سـان باشـند. بنـابراین، هـــم‌وردایـــی عـــام جـــوهری مســـتلزم وجـــود افزونگـــی توصـــیفی ثانویـــه اســـت (Earman 2006: 4-5).

دلیل این‌که ارمن از افزونگی ثانویه سخن می‌گویـد ایـن اسـت کـه افزونگـی اولیـه‌ای وجود دارد و آن ناوردایی دیفئومورفیسم است که شرط اول بیان‌گر آن است. نکتهٔ دیگـری که باید به آن توجه داشت این است که تقارن پیمانه‌ای‌بودن ناوردایی دیفئومورفیسم، تنها در

نسبیت عام برقرار است و اگرچه نظریه‌های پیشین ویژگی ناوردایی دفئومورفیسم را دارند، این ناوردایی درعین‌حال تقارن پیمانه‌ای نیست.

۴. مقایسهٔ دو دیدگاه

پیش از بیان تمایز دو دیدگاه باید تأکید کنیم که باوجوداین‌که شیء مطلق برنامهٔ اندرسون ـ فریدمن را ابتدا اندرسون معرفی کرده است، دیدگاه فریدمن (Friedman 1973; Friedman 1983) با دیدگاه اندرسون تفاوت هایی دارد (Pitts 2007). آن‌چه ما، در این‌جا، به‌عنوان تعریف شیء مطلق معرفی کرده‌ایم مبتنی‌بر تلقی فریدمن است.

با درنظرگرفتن دو دیدگاه فوق می‌توان تمایز این دو را با تعریف شیء هندسی ناوردا و تمایز آن را با شیء مطلق روشن نمود. شیء هندسی ناوردا را با تعریف تبدیل تقارنی‌ای تعریف می‌کنیم که شیء هندسی تحت آن ناوردا می‌ماند.

۱.۴ تبدیل تقارنی[۱۱] (symmetry transformation)

تبدیل دیفئومورفیسم h را تبدیل تقارنی شیء هندسی Θ می‌نامیم هرگاه $h^*\Theta = \Theta$؛ یعنی، هرگاه h، Θ را ناوردا نگه دارد.

۲.۴ شیء ناوردا

شیء هندسی Θ را ناوردا می‌نامیم، هرگاه هر عضو از گروه تبدیلات دیفئومورفیسم یک تبدیل تقارنی برای Θ باشد. یعنی، اگر شیء هندسی Θ ناوردا باشد، آن‌گاه $h \in diff(M)$، که دراین‌صورت، $h^*\Theta = \Theta$.

آن‌چه باید بدان توجه کرد این است که مفهوم شیء مطلق در رویکرد فریدمن به نظریه‌ای بستگی دارد که شیء مطلق باتوجه‌به الگوهای نظریه درونش تعریف می‌شود. اما مفهوم شیء هندسی ناوردا به نظریهٔ خاصی بستگی ندارد و باتوجه‌به تبدیلات دیفئومورفیسم خمینه‌ای تعریف می‌شود که در آن نظریهٔ فضا ـ زمانی صورت‌بندی می‌شود؛ یک خمینهٔ چهاربُعدی دیفرانسیل‌پذیر با متریک لورنتسی.

اگر موضع فریدمن را بپذیریم (البته باید توجه داشت که در این موضع مناقشه شده است (برای نمونه، بنگرید به Pitts 2006; Maidens 1998). تمایز نسبیت عام با

نظریه‌های دیگر درمورد نبود شیء مطلق است. بنابراین، اگر $\langle M, O_1, \ldots, O_n\rangle$ الگویی از نظریهٔ نسبیت عام باشد، چون هیچ‌کدام از O_1،...،O_n شیء مطلق نیستند و همگی اشیای دینامیک‌اند، در معادلات نظریه ظاهر می‌شوند. اما همان‌طورکه نشان داده شد، معادلات نظریه‌های فضا ـ زمانی هم‌وردای عام است اگر به‌شکل ذاتی (intrinsic) یا مستقل از مختصات صورت‌بندی شده باشد (نسبیت عام به‌طریق اولی چنین است). در این حالت، به‌ازای هر $h \in \mathrm{diff}(M)$ داریم:

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((O_1)_{\langle x^\mu\rangle}, \ldots, (O_n)_{\langle x^\mu\rangle})|_p = 0 \Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle y^\mu\rangle}((O_1)_{\langle y^\mu\rangle}, \ldots, (O_n)_{\langle y^\mu\rangle})|_p = 0$$
$$= \mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((h^*O_1)_{\langle x^\mu\rangle}, \ldots, (h^*O_n)_{\langle x^\mu\rangle})|_{h(p)}$$

که در آن $y^\mu = x^\mu \circ h$.

یا

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((O_1)_{\langle x^\mu\rangle}, \ldots, (O_n)_{\langle x^\mu\rangle})|_p = 0 \Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((h^*O_1)_{\langle x^\mu\rangle}, \ldots, (h^*O_n)_{\langle x^\mu\rangle})|_{h(p)} = 0$$

یعنی $\langle M, h^*O_1, \ldots, h^*O_n\rangle$ نیز الگویی از نظریه است که همان وضعیت فیزیکی را توصیف می‌کند. به این ترتیب، $\langle M, O_1, \ldots, O_n\rangle$ و $\langle M, h^*O_1, \ldots, h^*O_n\rangle$ توصیف‌کنندهٔ یک وضعیت فیزیکی‌اند. به‌بیان‌دیگر، این ناوردایی دیفئومورفیسم تقارن پیمانه‌ای است. بنابراین، اگر شرط فریدمن را بپذیریم، شرط ارمن مبنی‌بر تقارن پیمانه‌ای‌بودن ناوردایی دیفئومورفیسم برآورده می‌شود.

پس، اگر نظریه‌ای واجد شیء مطلق نباشد، هرگاه $\langle M, O_1, \ldots, O_n\rangle$ الگویی برای نظریه باشد، در نقطهٔ p و در مختصات $\langle x^\mu\rangle$ صرفاً از ساختار ریاضیاتی خمینه به این نتیجه می‌رسیم که $\langle M, h^*O_1, \ldots, h^*O_n\rangle$ نیز الگویی برای نظریه است که در نقطهٔ $h(p)$ و در مختصات $\langle x^\mu\rangle$ بیان می‌شود. ازاین‌رو نظریه نمی‌تواند بین این دو الگو یا میان نقاط p و $h(p)$ تمایز ایجاد کند؛ زیرا این دو نقطه براثر تأثیر تابع h بر خمینه تمایزناپذیر می‌شوند.

اکنون فرض کنید نظریهٔ ما واجد شیء مطلقی چون Θ است که درون زیرمجموعهٔ سره‌ای (proper subgroup) چون H از diff(M) ناورداست. دراین‌صورت، اگر $\langle M, \Theta, O_1, \ldots, O_n\rangle$ الگویی از نظریه باشد، صرفاً طبق ساختار خمینه $\langle M, h^*\Theta, h^*O_1, \ldots, h^*O_n\rangle$ نیز الگویی از خمینه خواهد بود و بنابراین، رابطهٔ زیر در مختصات $\langle x^\mu\rangle$ برقرار است:

$$\langle M, \Theta, O_1, \ldots, O_n\rangle | p = \langle M, h^*\Theta, h^*O_1, \ldots, h^*O_n\rangle | h(p) \quad (7)$$

پس، ازطرفی اگر $\langle M, h^*\Theta, h^* O_1, \ldots, h^*O_n \rangle$ را به نظریهٔ موردبحث مربوط کنیم h^*O_1، . . . ، $h^* O_n$ دقیقاً همان معادلاتی را در نقطهٔ $h(p)$ نتیجه می‌دهد که O_1، . . . ، O_n در نقطهٔ p. اما نکتهٔ مهم این است که $h^*\Theta = \Theta$ به‌ازای دیفئومورفیسم‌هایی که عضو زیرمجموعهٔ H نیست برقرار نیست. ازطرف‌دیگر، اگر Θ شیء مطلق باشد، آن‌گاه باید رابطهٔ زیر برقرار باشد:

$$\langle M, \Theta, O_1, \ldots, O_n \rangle /p = \langle M, \Theta, h^* O_1, \ldots, h^*O_n \rangle /h(p) \quad (8)$$

اما این رابطه به‌ازای $h \notin H$ برقرار نیست. یعنی، نظریه قیدی بر الگوها وارد می‌کند که تنها زیرگروهی از تبدیلات دیفئومورفیسم قابل‌قبول می‌شود که $\Theta = h^*\Theta$؛ یعنی، رابطهٔ بالا تنها به‌ازای $h \in H$ برقرار است که این بیان‌کنندهٔ گروه تقارنی نظریه است.

اکنون فرض کنید که نظریه‌ای (مثلاً نسبیت عام) واجد شیء مطلقی باشد که درعین‌حال شیء هندسی ناوردا هم است. هم‌چنین فرض کنید $\langle M, \Theta, O_1, \ldots, O_n \rangle$ الگویی از نظریه است که در آن Θ شیء هندسی مطلق ولی ناورداست. دراین‌صورت، چون معادلات نظریه (با فرض صورت‌بندی مناسب) هموردای عام است $\langle M, \Theta, O_1, \ldots, O_n \rangle$ دقیقاً همان معادلاتی را برآورده می‌کند که $M, h^*\Theta, h^* O_1, \ldots, h^*O_n$ در آن‌ها صدق می‌کند؛ یعنی، رابطهٔ (7) برقرار است. اما رابطهٔ (8) در این‌جا نیز درمورد شیء مطلق ناوردای Θ صدق می‌کند. بنابراین، به‌ازای زیرگروهی از diff(M) که $h^*\Theta = \Theta$ رابطهٔ زیر برقرار خواهد بود:

$$< M, \Theta, O_1, \ldots, O_n > /p =< M, \Theta, h^* O_1, \ldots, h^*O_n > /h(p)$$

اما، در این حالت، زیرگروه مدنظر با diff(M) برابر است؛ چون فرض بر این است که Θ شیء هندسی ناورداست. به این ترتیب، در این حالت، بااین‌که نظریه شیء مطلق دارد، ناوردایی دیفئومورفیسم دقیقاً تقارن پیمانه‌ای است. پس حالتی داریم که شرط فریدمن برآورده نمی‌شود، ولی شرط ارمن محقق می‌شود.

۵. نتیجه‌گیری

باتوجه‌به مطالب گفته‌شده مشخص می‌شود که بااین‌که نسبیت عام تمایزناپذیری دستگاه‌های مختصات را گسترش داده است، دستگاه‌های مختصات ارجح وجود دارد؛ زیرا در نسبیت عام چهارچوب‌های لخت موضعی به‌نوعی متمایزند. اما آیا ارجحیت‌داشتن چهارچوب‌های لخت به این معناست که نسبیت عام نمی‌تواند این اندیشهٔ فلسفی را که

می‌گوید «واقعیت عینی باید مستقل از ناظر باشد» محقق کند؟ به‌نظر می‌رسد باوجود چهارچوب‌های لخت موضعی باز هم می‌توان اندیشهٔ فلسفی مذکور را در نظریهٔ نسبیت متحقق کرد؛ زیرا معادلات این نظریه ناوردای دیفئومورفیسم است و درعین‌حال تقارن پیمانه‌ای هم دارد؛ یعنی، توصیف‌ها در تمام دستگاه‌های مختصات توصیف وضعیت فیزیکی است.

هم‌چنین از بحث فوق مشخص شد که بین رویکرد فریدمن و ارمن تمایز مفهومی حاکم است. بااین‌که با فرض شرط فریدمن شرط ارمن محقق خواهد شد، با فرض شرط ارمن ممکن است شرط فریدمن محقق نشود. به‌عبارت‌دیگر، به‌لحاظ مفهومی می‌توان تقارن پیمانه‌ای را که مدنظر ارمن است حتی با داشتن اشیای مطلق هم برآورده ساخت؛ یعنی، با نقض معیار فریدمن درمورد نسبیت عام می‌توان تقارن پیمانه‌ای داشت. ولی اگر معیار فریدمن را دربارهٔ نسبیت عام بپذیریم، تقارن پیمانه‌ای هم خواهیم داشت و این یعنی معیار ارمن برآورده خواهد شد.

پی‌نوشت‌ها

۱. البته دراین‌جا به‌طور اخص دیدگاه فریدمن را بررسی خواهیم کرد.

۲. مطالب این بخش عمدتاً از این کتاب است: Isham 1999: ch. 2, 3.

۳. تابع $f\colon X \to Y$ که از فضای توپولوژیک X به فضای توپولوژیک Y است همئومورفیسم است، هرگاه f دوسویه و پیوسته باشد و f^{-1} نیز پیوسته باشد. هم‌چنین تابع $f\colon X \to Y$ پیوسته است هرگاه به‌ازای هر زیرمجموعهٔ باز از Y چون V، $f^{-1}(V)$ هم در X باز باشد.

۴. اقتباس‌شده از Carroll 2004: 430.

۵. اقتباس‌شده از Carroll 2004: 430.

۶. برای ملاحظهٔ صورتی دیگر از تعریف شیء هندسی، بنگرید به Trautman 1965: 84-85.

۷. باید توجه داشت که در نظریه‌هایی که شیء مطلق دارند، به‌طور کلی، شیء مطلق ناوردا باقی نمی‌ماند و به این معنا نمی‌توان همهٔ الگوها را توصیف‌کنندهٔ وضعیت فیزیکی یک‌سان دانست. ولی اشیای هندسی‌ای که مطلق نیستند درواقع این اشیا هستند که در صورت‌بندی معیار نظریه در معادلات باقی می‌مانند. شیء مطلق در صورت‌بندی معیار حذف می‌شود. مثلاً در صورت‌بندی چهاربُعدی مکانیک نیوتنی که رابطهٔ $\frac{d^2z^\mu}{dt^2} + \Gamma'^{\mu}_{\rho\sigma}\frac{dz^\rho}{dt}\frac{dz^\sigma}{dt} = 0$ برای حرکت بدون شتاب برقرار است صورت‌بندی معیار به‌شکل $\frac{d^2z^\mu}{dt^2} = 0$ خواهد بود؛ یعنی،

چون $\Gamma'^{\mu}_{\rho\sigma} = 0$ است از معادله حذف می‌شود، دقیقاً الگوهای یک‌سانی را در تبدیل دیفئومورفیسم معین می‌سازند.

۸. تبدیلات دیفئومورفیسم در این‌جا همان خودریختی‌ها هستند.

۹. این تبدیل همان دیفئومورفیسم است که در این‌جا به خودریختی تقلیل می‌یابد.

۱۰. ارمن از حرف d برای دیفئومورفیسم استفاده کرده است. ما در این‌جا برای هماهنگی با بیان‌های پیشین از حرف h استفاده می‌کنیم.

۱۱. برای مشاهدهٔ تعریف تقارن، بنگرید به ضمیمهٔ کتاب فریدمن (۱۹۸۳).

کتاب‌نامه

Anderson, J. L. (1967), *Principles of Relativity Physics*, New York: Academic Press.

Earman, J. (2006), “The Implications of General Covariance for the Ontology and Ideology of Spacetime”, in: *The Ontology of Spacetime*, Dieks (ed.), e-book.

Earman, J. and J. D. Norton (1987), “What Price Space-time Substantivalism? The Hole Story”, The British Journal for *the Philosophy of Science,* no: 38, Oxford University Press.

Friedman, M. (1973), “Relativity Principles, Absolute Objects and Symmetry Groups”, in: *Space, Time, and Geometry*, P. Suppes (ed.), Dordrecht: Springer.

Friedman, M. (1983), *Foundations of Space-Time Theories: Relativistic Physics and Philosophy of Science*, Princeton University Press.

Isham, C. J. (1999), *Modern Diferential Geometry for Physicists*, Singapore: World Scientific.

Kretschmann, E. (1917), “Über den physikalischen Sinn der Relativitätspostulate”, *Annalen der Physik*, no: 53.

Maidens, A. (1998), “Symmetry Groups, Aabsolute Objects and Action Principles in General Relativity”, *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics*, no: 29.

Malament, D.B. (2012), *Topics in the Foundations of General Relativity and Newtonian Gravitation Theory*, Chicago, IL: University of Chicago Press.

Norton, J. D. (1993), “General Covariance and the Foundations of General Relativity: Eight Decades of Dispute”, *Reports on Progress in Physics*, vol. 56, no. 7.

Norton, J. D. (2003), “General Covariance, Gauge Theories, and the Kretschmann Objection”, in: *Symmetries in Physics: Philosophical Reflections*, K. Brading, and E. Castellani (eds.), Cambridge: Cambridge University Press.

Pitts, J. B. (2006). “Absolute Objects and Counterexamples: Jones-Geroch Dust, Torretti Constant Curvature, Tetrad-spinor, and Scalar Density”, *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, no: 37.

Pooley, O. (2010), “Substantive General Covariance: Another Decade of Dispute”, in: *EPSA Philosophical Issues in the Sciences: Launch of the European Philosophy of Science Association*, M. Suárez, M. Dorato, and M. Rédei (eds.), vol: 2, Dordrecht: Springer.

Pooley, O. (2007), “Absolute Objects, Counterexamples and General Covariance”, <http://philsci-archive.pitt.edu/3284>.

Trautman, A. (1965), “Foundations and Current Problems of General Relativity”, in: *Lectures on General Relativity* Deser, S. and Ford, K. W. (eds.), Prentice Hall.