

بیزگرایی و چالش‌های نظریه تأیید

لطفاله نبوی*

نیما احمدی**، سیدمحمدعلی حجتی***

چکیده

بیزگرایان بر این باورند که راه حلی برای مسئله تعیین منطق حاکم بر شواهد در اختیار دارند؛ این مسئله از اهمیت ویژه‌ای در فلسفه علم برخوردار است، چراکه در نهایت آنچه موجب تمایز افسانه و علم از هم می‌شود این است که ما گواه خوبی برای محتوا و مضمون علم داریم. ایده اصلی مشترک در نسخه‌های گوناگون نظریه تأیید بیزی، این است که باورها با اندازه‌ای از احتمال تأیید می‌شوند و الحاق شاهد جدید، به وسیله شرطی سازی و با استفاده از قاعده بیز صورت می‌پذیرد. بیزگرایان همگی بر این باورند که رویکردهای کیفی در مورد نظریه تأیید، نامیدکننده‌اند و یک رویکرد مناسب در روشی که شاهد از فرضیه‌ها و نظریه‌ها پشتیبانی می‌کند، باید کمی باشد؛ که رویکرد کمی، مستلزم استفاده از اصول حساب احتمالات است. هدف از این مقاله، بررسی چالش‌های نظریه تأیید به وسیله رویکرد استاندارد بیزی است.

کلیدواژه‌ها: بیزگرایی، قاعده بیز، منطق استقرا، احتمال، روش‌شناسی علم.

۱. مقدمه

هر نظریه استنتاج استقرایی، به یک یا چند اصل یا پیش‌فرض بستگی دارد که روابط

* دانشیار گروه فلسفه، دانشگاه تربیت مدرس nabavi_l@modares.ac.ir

** دانشجوی دکتری فلسفه، دانشگاه تربیت مدرس (نویسنده مسئول) nima.ahmadi@modares.ac.ir

*** دانشیار گروه فلسفه، دانشگاه تربیت مدرس hojatima@modares.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۹/۲۷، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۱۲/۱۹

استنتاج استقرایی درست را مشخص می‌کند. این اصول باید وجود داشته باشند، چه صریحاً ساخته شده باشند، چه چنان‌که معمول‌تر است، به‌طور ضمنی وضع شده باشند. تحقیق اخیر نورتون (Norton, 2005) نشان می‌دهد که بیش‌تر رویکردهای استنتاج استقرایی، می‌توانند به یکی از سه خانواده «تعمیم استقرایی» (induction generalization)، «استقرای فرضی» (hypothetical induction)، و «استقرای احتمالاتی» (probabilistic induction) تقسیم شوند. هر خانواده بر پایه یک اصل استقرای متمایز قرار دارد؛ رویکردهایی از استقرا که متعلق به خانواده تعمیم استقرایی هستند، به این اصل بستگی دارند که نمونه‌ای از یک فرض، تعمیم آن را تأیید می‌کند. این مفهوم قدیمی در منطق به‌عنوان استقرای شمارشی به کار برده شده است؛ A ای که B است، تأیید می‌کند که همه Aها B هستند. ضعف اصلی این الگو این است که مختص به محدوده استقرای شمارشی است. معیار مطلوبیت همپل،^۱ فرمول‌بندی مجدد همین مفهوم اولیه در قالب منطق محمولات مرتبه اول است. میل، این رویکرد را با متصب کردن استنتاج به مفهوم جدیدی به‌نام علت (cause)، توسعه داده است. نکته مهم این است که همه رویکردهای این خانواده، بستگی به این اصل اولیه دارند که «نمونه، تعمیم را تأیید می‌کند». رویکردهایی از استقرا که به استقرای فرضی تعلق دارند، بر این اصل استوارند که توانایی یک فرضیه در این‌که شاهد را به‌طور استنتاجی نتیجه بدهد، درجه صدق آن است. نمونه اولیه رویکردهای متعلق به این خانواده، جمع‌آوری پدیده‌ها در علم نجوم است؛ این‌که بعضی از مدل‌های حرکات نجومی، به‌درستی بر موقعیت‌های مشاهده‌شده از سیارات منطبق‌اند و این موقعیت‌ها را پیش‌بینی می‌کنند ناشی از درجه صدق آن مدل‌هاست. ضعف اصلی این رویکرد، این است که به‌طور نامشخصی این درجه (صدق) را نسبت می‌دهد. برای مثال، سیستم‌های خورشیدی متعددی، مثل زمین مرکزی و خورشیدمرکزی، هستند که منافاتی با پدیدارهای نجومی مشاهده‌شده ندارند. به همه این نظام‌ها به‌اندازه یکسانی درجه صدق نسبت داده می‌شود، ولو این‌که یکی از این سیستم‌ها، توافق بهتری با پدیدارهای مشاهده‌شده دارد. هدف طرف‌داران این رویکرد این است که استقرای فرضی را با افزودن شرط‌های بیش‌تر، تکمیل کنند. مثلاً فرضیه‌ای که با پدیدار مشاهده‌شده مطابقت دارد باید ساده باشد، یا از فرضیه‌های رقیبش ساده‌تر باشد؛ نسخه‌های دیگر، مستلزم آن است که فرضیه باید به‌وسیله روشی قابل اعتماد (reliable) ساخته شده باشد، یا فرضیه نباید فقط به‌طور قیاسی شاهد را نتیجه بدهد بلکه باید آن را توضیح (explain) بدهد. برای مثال، مدل

بطلمیوسی از حرکت نجومی، نتیجه می‌دهد که زهره و عطارد همواره در نزدیکی خورشید ظاهر خواهند شد، اما مدل کپرنیکی، دلیل این نزدیکی را توضیح می‌دهد؛ زیرا این سیارات، دور خورشید می‌چرخند (Norton, 2007). طرف‌داران رویکردهایی از استقرا که به خانواده استقرای احتمالاتی تعلق دارند، از جمله بیزگرایان، بر این عقیده‌اند که یک رویکرد مناسب در روشی که شاهد بر فرضیه‌ها و نظریه‌ها تأثیر می‌گذارد، باید کمی باشد. رویکرد کمی، مستلزم استفاده از اصول حساب احتمالات است. در این رویکرد، استنتاج‌های استقرایی، استنتاج‌هایی هستند که نتایج احتمالی می‌دهند نه نتایج قطعی. طرف‌داران این رویکرد معتقدند که اصول دیگر رویکردهای استقرا و انواع توسعه‌های آن می‌تواند در قالب سیستم احتمالاتی بیزی وارد شده و بررسی شوند.

بیزگرایی، نظریه‌ای در مورد روش علمی و مبتنی بر قاعده بیز در احتمالات است؛ نامی که به افتخار ریاضی‌دان انگلیسی، توماس بیز (T. Bayes, 1764)، بر آن نهاده شده است. این رویکرد، به تدریج در نیمه دوم قرن بیستم، بر فلسفه علم مسلط شد. گلایمور معتقد است که کارناپ تأثیر غیر قابل انکاری در این امر داشته است (Glymour, 1980: 64). بیزگرایی، نظریه‌ای برای تأیید فرضیه‌های علمی بر اساس مشاهدات است؛ پس ناگزیر مرتبط با روش‌شناسی و فلسفه علم است. منشأ پیدایش این رویکرد به علم در کارهای جانسون، کینز، جفریز، و رمزی دیده می‌شود که به دلیل مشکلات موجود در اصل استقرای راسل در توجیه استنتاجات استقرایی، مطرح شده بود. کینز (Keynes, 1921) همانند کارناپ، تفسیر منطقی احتمالات را پذیرفت و منطق احتمالات یا منطق استقرایی را گسترش منطق قیاسی می‌دید که راسل و وایتهد در *اصول ریاضیات* به کار برده بودند. رمزی (Ramsey, 1926) تفسیر منطقی کینز را نقد کرد و به جای آن، نظریه ذهنی احتمالات را مطرح ساخت. تفسیر ذهنی یا درجه باور، هم‌اکنون رایج‌ترین تفسیر در میان بیزگرایان است. در این مقاله نیز تفسیر مورد نظر از احتمال، تفسیر ذهنی است.^۲

باید خاطر نشان کرد که استقراگرایی و بیزگرایی دو رویکرد متفاوت هستند؛ استقراگرایی درباره چگونگی انجام پژوهش‌های علمی است. مدعای آن این است که دانشمند باید مشاهدات دقیق و به حد کافی زیادی انجام دهد و سپس با استنتاج استقرایی از این مشاهدات، پیش‌بینی‌ها و تعمیم‌هایی را به دست آورد. بیزگرایی روشی است برای این که چگونه باید تعمیم‌ها یا پیش‌بینی‌ها را بر اساس مشاهدات، ارزیابی کرد. شواهد نمی‌توانند یک پیش‌بینی یا یک حکم کلی علمی را یقینی سازند، اما ممکن است یکی یا هر دوی آن‌ها

را ممکن سازند. در واقع ما می‌توانیم به کمک نظریه احتمالات و قضیه بیز، احتمال یک پیش‌بینی یا فرضیه علمی را با توجه به شواهد، محاسبه کنیم. پس می‌توان استقراگرا بود، ولی بیزگرا نبود و بالعکس. تمایز میان استقراگرایی و بیزگرایی نمونه‌ای از تمایز میان کشف و توجیه در علم است. بیزگرایی در واقع نظریه‌ای است در باب توجیه و نه کشف؛ بیزگرایان می‌خواهند بگویند اگرچه تعمیمات و پیش‌بینی‌های علمی یقینی نیستند، اما با توجه به شواهدی که برای تأیید آن‌ها به کار می‌روند می‌توان نشان داد که محتمل‌اند و از این طریق، تعمیم‌ها و پیش‌بینی‌های علمی را توجیه کرد. پس می‌توان بیزگرا بود و در عین حال نظریه استقراگرایانه را در مورد چگونگی کشف نظریات علمی، رد کرد؛ کارناپ در اواخر حیات فکری خود موضعی شبیه به این داشت، اما پوپر همیشه هم استقراگرایی را به منزله نظریه کشف و هم بیزگرایی را به منزله نظریه توجیه، مورد انتقاد قرار داده است. مخالفان بیزگرایی، منکر قضیه بیز نیستند، که نتیجه‌ای است از نظریه استاندارد ریاضی در زمینه احتمالات؛ آن‌چه ایشان زیر سؤال می‌برند، درستی استفاده بیزگرایان از این قضیه است (گیلیز، ۱۳۸۷: ۳۲-۳۳).

نظریه تأیید بیزی، سه ویژگی مفید دارد: اول این‌که این نظریه، مفهوم تار و مبهم منطق استقرا را به یک حساب غیر مبهم و واحد، یعنی حساب احتمالات، تحویل می‌کند؛ دوم این‌که، این نظریه جامع، قابلیت جالب توجهی برای نظام‌مند کردن پشتیبانی مشاهدات از فرضیه را دارد؛ و سوم، که مهم‌ترین آن‌هاست، اطمینان از سازگاری است. هرچه که حوزه کار ما وسیع‌تر می‌شود، باید شواهدی از اشکال گوناگون را هرچه بیش‌تر خلاصه کنیم و این کار را باید به طور سازگار انجام بدهیم. در بیش‌تر رویکردهایی که با شواهد سروکار دارند، هیچ اطمینانی از سازگاری در رفتار آن‌ها با دسته‌ای وسیع‌تر از مشاهدات، دیده نمی‌شود. نظریه تأیید بیزی، برای ما تصویر ساده‌ای را تهیه می‌کند؛ یک توزیع احتمال، رفتار کلی شواهد در هر لحظه را ضبط می‌کند. مهم نیست که مجموعه شواهدی که ما در نظر داریم، چقدر بزرگ باشد، تا زمانی‌که باورهایمان را مطابق حساب احتمالات شکل می‌دهیم و به روز می‌کنیم، نباید در مقام داوری‌های وابسته به شواهد، به سمت تناقض‌ها سوق داده شویم. شاید به سبب همین خصوصیات باشد که هم‌اکنون نظریه تأیید بیزی، در میان رویکردهای مختلف از استقرا و تأیید در ادبیات فلسفه علم، پیش‌تاز است (Norton, 2007).

بیزگرایی قلمرویی بسیار گسترده دارد. تمرکز این مقاله بر مسائل مربوط به تأیید فرضیه‌های علمی و نظریه‌ها با رویکرد بیزی، نوعاً از نوع غیر آماری آن خواهد بود. از طرفی،

رویکرد کمی در نظریه تأیید، مستلزم استفاده از اصول حساب احتمالات است. شکلی از نظریه احتمال که برای اعمال روی مسائل تأیید لازم است، در بخش بعد بیان می‌شود.

۲. دستگاه استاندارد احتمال

اولین بار اندری کولموگوروف (Andri Kolmogorov) در ۱۹۳۳ دستگاه اصل موضوعی احتمال را بنا کرد. تا قبل از آن، تعریف اصل موضوعی از احتمال وجود نداشت و غالباً تفاسیر گوناگون احتمال، به منزله تعریف آن به کار می‌رفت.

با یک بیان ساده، احتمال‌ها اعدادی هستند که با توجه به چند قاعده ساده، به موارد ممکن نسبت داده می‌شوند. ممکن است که مجموعه‌ها یا جمله‌ها/ گزاره‌ها را به‌عنوان موارد ممکن که احتمال‌ها به آن‌ها نسبت داده می‌شود انتخاب کنیم. غالباً دستگاه احتمال را بر اساس مجموعه‌ها بنا می‌کنند، اما از آنجایی که برای بسیاری از کاربردهای فلسفی، اشیای تحت احتمال، از نوع گواه و فرضیه‌ها هستند، در این مقاله، به جای مجموعه‌ها، از جمله‌ها به مثابه موارد ممکن که احتمال بدان‌ها نسبت داده می‌شود، استفاده می‌کنیم. به این صورت که با یک زبان گزاره‌ای استاندارد L که از مجموعه‌ای شمارا از گزاره‌های اتمی، $\{A_i\}$ ، و عمل‌گرهای \neg ساخته شده است، شروع می‌کنیم. رابطه استنتاج منطقی روی زبان L ، یعنی \models ، به همان شیوه معمول و دیگر ادوات منطقی $\wedge, \vee, \supset, \equiv$ از روی \neg و \vee تعریف می‌شوند. برای بعضی از کاربردها، لازم است این زبان در منطق مرتبه اول، غنی‌تر شود.

زوج مرتب (L, \models) را یک منطق می‌نامیم، و تابع احتمال مربوط به آن را تعریف می‌کنیم: تابع احتمال) یک تابع احتمال روی منطق (L, \models) ، یک تابع حقیقی مقدار و کامل روی L است که سه شرط زیر را برآورده کند:

$$(P1) \text{ برای هر } A \in L, p(A) \in [0, 1].$$

$$(P2) \text{ اگر } \models A \text{ } p(A) = 1.$$

(P3) (اصل جمع‌پذیری) اگر دنباله‌ای از جمله‌های دوبه‌دو ناسازگار در L باشد، آن‌گاه $p(\bigvee_{i=1}^{\infty} \{A_i\}) = \sum_{i=1}^{\infty} p(A_i)$.

به سه‌تایی مرتب (L, \models, p) ، یک فضای احتمال منطقی می‌گوییم. نتایج اولیه زیر را برای فضاهای احتمال منطقی داریم:

$$1. \text{ اگر } \models \neg A \text{ } p(A) = 0;$$

۲. برای هر A ، $p(\neg A) = 1 - p(A)$ ؛

۳. (اصل جمع‌پذیری شمارا) اگر $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ مجموعه‌ای از جملات دوجه‌دو ناسازگار در L باشد، آن‌گاه $p(\bigvee_{i=1}^n A_i) = \sum p(A_i)$ (که در حالت خاص برای $n=2$ هرگاه $p(A \vee B) = p(A) + p(B)$ ، $\models \neg p(A \wedge B)$)؛

۴. برای هر A و B در فضای احتمال منطقی، اگر $p(A \equiv B) = 1$ (به بیان دیگر $\models A \equiv B$) باشد، آن‌گاه $p(A) = p(B)$.

برای تکمیل دستگاه احتمالات، به یک تعریف دیگر نیاز داریم؛ احتمال شرطی (احتمال شرطی B به شرط A ، که به صورت $p(B|A)$ نمایش داده می‌شود و به این صورت تعریف می‌شود:

$$p(B|A) = \frac{p(A \wedge B)}{p(A)} \quad (2.1)$$

هنگامی که $p(A) \neq 0$.

تعریف احتمال شرطی، اساس رویکرد بیزی است. بیزگرایان مایل‌اند بدانند با عوض شدن شرایط یا مشاهده جدید، چه تغییری در مقدار احتمال یک فرضیه روی می‌دهد، از این رو قاعده «شرطی‌سازی» (conditionalization) را به کار می‌گیرند؛ شرطی‌سازی (هنگامی که گواه جدید E به دست می‌آید، احتمال جدید هر گزاره H برابر با احتمال شرطی H به شرط E ، $p(H|E)$ ، است.

قاعده بیز که اولین بار کشیش انگلیسی، توماس بیز، در ۱۷۶۲ آن را مطرح کرد، با به‌کارگیری تعریف احتمال شرطی به دست می‌آید؛

$$p(H|E) = \frac{p(E|H)p(H)}{p(E)} \quad (2.2)$$

به $p(H)$ احتمال پیشین؛ $p(E|H)$ درست‌نمایی (likelihood) E روی H ؛ و به $p(E)$ درست‌نمایی پیشین E می‌گویند.^۳

بعضی از بیزگرایان ترجیح می‌دهند که احتمال شرطی را به مثابه مفهوم پایه در نظر بگیرند و احتمال غیر شرطی را از روی آن تعریف کنند، اما از آن جایی که روش سنتی آن است که احتمال‌های شرطی از روی احتمال‌های غیر شرطی تعریف شود، ما نیز احتمال‌های غیر شرطی را به مثابه مفهوم پایه در نظر می‌گیریم.^۴

۳. نظریه تأیید بیزی

بیزگراها توافق دارند که رویکردهای کیفی نسبت به نظریه تأیید، از جمله رویکرد فرضی استنتاجی و تأیید نمونه‌ای همپل (بخش‌های ۴ و ۵)، ناامید کننده‌اند و یک رویکرد مناسب در روشی که شاهد بر فرضیه‌ها و نظریه‌ها تأثیر می‌گذارد، باید کمی باشد؛ و رویکرد کمی، مستلزم استفاده از اصول حساب احتمالات است. از طرفی، «معمای جدید استقرا» گودمن برای پروژه صورت‌بندی تعریف کیفی از تأیید به شیوه‌ای کاملاً نحوی، که مدافعان رویکرد بازسازی منطقی در پی آن بودند، مانعی اساسی به‌شمار می‌آید. گودمن نشان داده بود که اگر فرضیه H به وسیله گزاره‌ای که گواه E را بازگو می‌کند، مورد حمایت قرار بگیرد، فرضیه‌های بدیل H'، H'' و نظایر آن نیز عیناً از همین حمایت برخوردار خواهند بود؛ برای مثال «همه زمردها سبز هستند» $H =$ ، «همه زمردها سابی هستند» $H' =$ و «همه زمردها آبز هستند» $H'' =$. این‌گونه مشکلات که رویکردهای کیفی با آن روبه‌روست، برخی از فلاسفه علم را به این نتیجه رساند که پاسخ مناسب به معمای تازه استقرا، در گرو تکمیل یک نظریه کمی است که درجه تأیید بالایی به H نسبت بدهد و درجات تأیید پایین‌تری به فرضیه‌های بدیل ببخشد. به دلیل مشکلات مربوط به تفسیر منطقی از احتمال و در نتیجه تابع تأیید کمی کارناپ که بر پایه احتمالات منطقی بود، بیزگرایان از تفسیر ذهنی احتمال در نظریه تأیید استفاده می‌کنند. اگر H، K، و E به ترتیب، فرضیه مورد بررسی، معرفت پس‌زمینه، و شاهد باشند قاعده بیز به صورت زیر است:

$$p(H | E \wedge K) = \frac{p(H | K)p(E | H \wedge K)}{p(E | K)} \quad (3.1)$$

در الفبای رویکرد بیزی در نظریه تأیید، به $p(H | K)$ احتمال پیشین می‌گویند که بیان‌گر درجه یقین پیشین درباره فرضیه (H)، قبل از ارائه مدرک و گواه (E) است؛ $p(E | H \wedge K)$ درست‌نمایی E روی H و K؛ و به $p(E | K)$ درست‌نمایی پیشین E می‌گویند؛ و در نهایت به $p(H | E \wedge k)$ احتمال پسین می‌گویند که نشان‌دهنده احتمال بهنگام‌شده فرضیه (H)، بعد از ارائه مدرک و گواه (E) است؛ به بیان دیگر، قانون بیز، میزان یقین و باور درباره فرضیه را بر پایه گواه و مدرک، بهنگام می‌کند؛ سودمندی قانون بیز و آمار بیز در یادگیری (learning)، از همین امر سرچشمه می‌گیرد؛ به طوری که می‌توان قانون بیز را بارها و بارها در بهنگام‌کردن احتمال‌های مربوط به فرضیه‌ها به وسیله مدارک

جدید، به کار برد؛ به عبارت دیگر، یادگیری از تجربه توسط شرطی‌سازی صورت می‌پذیرد. این روند در هوش مصنوعی و زمینه‌های علمی مشابه به آن، به «بهنگام‌سازی بیزی» (Bayesian updating) معروف است.

قبل از پرداختن به رویکرد بیزی در تأیید، شایسته است که دیگر رویکردها در نظریه تأیید را به اختصار شرح دهیم. انتقاداتی که به آن‌ها وارد است را بیان کنیم. سپس نشان می‌دهیم که رویکرد بیزی قادر است هسته اصلی رویکردهای کیفی را در ساختار خود قالب‌بندی کند و به اشکالات وارد بر آن‌ها پاسخ دهد. سپس با رویکرد بیزی به پارادوکس‌های نظریه تأیید پاسخ می‌دهیم.

۴. تأیید کیفی: روش فرضی - استنتاجی (HD)

غالباً قوانین طبیعت به شکل شرطی‌های کلی (universal) فرمول‌بندی می‌شوند؛ برای مثال، این عبارت که همه Fها، G هستند $(\forall x)(Fx \supset Gx)$ مانند «همه سیارات مدار بیضی شکل دارند» یا «همه کلاغ‌ها سیاه هستند». یک سنت بسیار ماندگار در فلسفه علم بر اهمیت نمونه‌ها (instances) در تأیید شرطی‌های کلی، وجود دارد؛ از نیکو (Nicod, ۱۹۲۵-۱۹۶۱) تا همپل (Hempel, ۱۹۴۵-۱۹۶۵) تا گلایمور (Glymour, ۱۹۸۰). نیکو، نخستین گام نسبتاً رضایت‌بخش را در زمینه تعریف کیفی تأیید برداشت. به نظر او چنانچه شاهدی مصداق مقدم و تالی باشد، مؤید و در صورتی که فقط مصداق مقدم باشد، مبطل فرضیه خواهد بود.

شرط نیکو (Nicod Condition): برای یک فرضیه به شکل $H: (\forall x)(Rx \supset Bx)$ و ثابت فردی a، یک گزارش مشاهده‌ای به شکل $Ra \wedge Ba$ ، فرضیه H را تأیید می‌کند.

ایده اصلی روش‌شناسی HD ساده است؛ از روی فرضیه H مربوط به یک موضوع با معرفت پس‌زمینه پذیرفته‌شده k، یک شخص می‌تواند نتیجه E را استنتاج کند اگر بتواند به وسیله مشاهده یا آزمایش، بررسی شود. اگر طبیعت (nature) تصدیق کند (affirm) که E حقیقتاً مطلوب است، آن‌گاه گفته می‌شود که H، تأیید-HD شده است، اما هنگامی که طبیعت $\neg E$ را تأیید کند H، تأیید-HD نشده است.

منتقدان HD، این رویکرد از آزمودن نظریه را بارها مورد نقد قرار داده‌اند؛ برای پرداختن به این انتقادات، ابتدا سعی می‌کنیم، رویکرد HD را در قالب رویکرد کمی بیزی بازنویسی کنیم.

فرض کنید که (در منطق مرتبه اول استاندارد):

$$(a) \{H, K\} \models E, \quad (b) 0 < p(H | K) < 1, \quad (c) 0 < p(E | K) < 1$$

(a) فقط شرط اصلی مورد نیاز HD برای تأیید است. (b) بیان‌گر آن است که بر پایهٔ معرفت پیشین k معلوم نیست که H به یقین صادق یا کاذب باشد، و (c) مشابه (b) را برای E بیان می‌کند. با استفاده از قاعدهٔ بیسز در رابطهٔ (۲.۲) و از روی (a)، داریم:

$$p(H | E \wedge K) = \frac{p(H | K)}{p(E | K)} \quad (۴.۱)$$

با توجه به (b) و (c) از روی رابطهٔ فوق نتیجه می‌گیریم که $p(H | E \wedge K) > p(H | K)$ ؛ یعنی H را با توجه به معرفت پس‌زمینهٔ K ، به صورت افزایشی تأیید می‌کند. پس بیزگرایی قادر است هستهٔ اصلی رویکرد HD را نمایان سازد. از رابطهٔ (۴.۱) هم‌چنین نتیجه می‌شود که هرچه درست‌نمایی پیشین، $p(E | K)$ ، کوچک‌تر باشد، اختلاف $p(H | E \wedge K) - p(H | K)$ بزرگ‌تر است که با این شهود که هرچه گواه E تعجب‌آورتر باشد، ارزش تأییدی بیش‌تری دارد، در توافق است. رابطهٔ

$$p(H | E \wedge K) - p(H | K) \quad (۴.۲)$$

تأیید بیزی ساده نامیده می‌شود، اما اندازه‌های دیگری نیز برای تأیید تعریف شده است:

$$d(H, E) = p(H | E) - p(H)$$

$$r(H, E) = \log\left(\frac{p(H | E)}{p(H)}\right)$$

$$l(H, E) = \log\left(\frac{p(E | H)}{p(E | \bar{H})}\right) \quad (۴.۳)$$

$$s(H, E) = p(H | E) - p(H | \bar{E})$$

فیتلسون (Fitelson, 2000) در رسالهٔ دکتری خود با عنوان «مطالعاتی در نظریهٔ تأیید بیزی» به مقایسهٔ انواع توابع تأیید در حل پارادوکس‌های مختلف تأیید پرداخته است. در این رساله، صرفاً از تعریف سادهٔ تأیید بیزی، $d(H, E)$ ، که صورت‌بندی آن را بر اساس تفسیر ذهنی از احتمال در رابطهٔ (۴.۲) مطرح کردیم، استفاده می‌کنیم.

نشان دادیم که بیزگرایی قادر است هسته اصلی رویکرد HD را نمایان سازد، اما ممکن است این انتقاد مطرح شود که حساب HD یک رابطه دو موضعی به صورت «E, H» را تأیید می‌کند» است و نه رابطه سه موضعی «E, H» را نسبت به دانش پس زمینه K تأیید می‌کند». پاسخ بیزگرایان این است که برای مطابقت با رویکرد HD، کافی است که دانش پس‌زمینه K را تهی در نظر بگیریم و یا با این فرض که قبلاً K یاد گرفته شده است، با تابع احتمال جدیدی به صورت $p'(\cdot) = p(\cdot | K)$ کار را ادامه دهیم.

یکی از معضلات اصلی روش HD، عطف نامربوط (irrelevant conjunction) است. برای توضیح بیشتر، اگر $p(H, K) \models E$ آن‌گاه $p(H \wedge I, K) \models E$ ، که در آن I هر فرضیه دلخواهی می‌تواند باشد، شامل هر عبارتی که (به طور شهودی) هیچ ربطی به E ندارد، اما با توجه به روش HD، گواه E ، $H \wedge I$ را تأیید می‌کند. با تحلیل بیزی، از روی رابطه (۴.۲) دریافتیم که میزان تأیید افزایشی که H و $H \wedge I$ دریافت می‌کنند، متناسب با احتمال‌های پیشین آن‌هاست:

$$\begin{aligned} p(H | E \wedge K) - p(H | K) &= p(H | K)[1 / p(E | K) - 1] \\ p(H \wedge I | E \wedge K) - p(H \wedge I | K) &= p(H \wedge I | K)[1 / p(E | K) - 1] \end{aligned} \quad (4.4)$$

و از آنجایی که به طور کلی $p(H \wedge I | K) < p(H | K)$ است، افزودن عطفی I به H، منجر به کاهش تأیید افزایشی حاصل از E می‌شود. مثال فوق کافی است تا نشان دهد که یک رویکرد مناسب برای تأیید، باید به سمانتیک حساس باشد و بیزگرایی بر خلاف رویکرد کیفی چنین ویژگی را دارد.

۵. تأیید نمونه‌ای همپل

هنگامی که همپل مقاله اولیه خود با عنوان «مطالعاتی در منطق تأیید» (۱۹۴۵) را منتشر کرد، این مقاله را به مثابه بخشی از برنامه تجربه‌گرایی منطقی (logical empiricist) در ساخت یک منطق استقرایی به موازات و مکمل منطق قیاسی می‌دید. او فکر می‌کرد که این برنامه به بهترین وجه در سه مرحله اجرا می‌شود: مرحله اول، توضیحی از مفهوم تأیید کیفی را فراهم می‌ساخت (همان‌طور که در عبارت «E, H» تأیید می‌کند» آمده است)؛ مرحله دوم، از عهده مفهوم مقایسه‌ای تأیید برآمدن است (عباراتی مانند «E بیش‌تر از H, E' را تأیید می‌کند»؛ مرحله سوم، به مفهوم کمی از تأیید می‌پردازد (همان‌طور که در عبارت «H, E» با درجه I تأیید می‌کند» آمده است) که در فلسفه علوم طبیعی (۱۹۶۶) مطرح کرده است.

همپل، در زمره اولین دانشمندانی است که کاستی‌های ضابطه نیکو را نمایان ساخت؛ او تحلیل خود را از تأیید کیفی بر پایه‌ای کاملاً متفاوت بنا کرد. او با تعدادی از شرایطی شروع کرد که احساس می‌کرد هر تئوری کافی از تأیید باید آن‌ها را برآورده کند که این شرایط عبارت‌اند از:

شرط نتیجه منطقی (consequence condition): اگر $E \models H$ آن‌گاه E, H را تأیید می‌کند؛

شرط سازگاری (consistency condition): اگر E, H و H' را تأیید کند آن‌گاه $\neg(H \wedge H')$ ؛

شرط نتیجه منطقی خاص (special consequence condition): اگر E, H را تأیید کند و $H \models H'$ باشد آن‌گاه E, H' را تأیید می‌کند.

همپل به طور خاص، شرط نتیجه منطقی معکوس را رد می‌کند:

شرط نتیجه منطقی معکوس (converse consequence condition): اگر E, H را تأیید کند و $H' \models H$ ، آن‌گاه E, H' را تأیید می‌کند.

اضافه کردن این شرط به سه شرط اول منجر می‌شود که هر E هر H را تأیید کند (Earman, 1992: 66).

به باور همپل، درست همان‌طور که منطق قیاسی قبل از هر چیز با رابطه بین گزاره‌ها، یعنی رابطه استنتاجی که به صدق و کذب گزاره‌ها وابسته نیست سروکار دارد، منطق استقرایی نیز قبل از هر چیز با رابطه تأیید بین گزاره‌ها در ارتباط است. همپل برخلاف نیکو که تأیید را رابطه و نسبت میان گزاره‌ها تعبیر نمی‌کرد، تأیید را به مثابه یک رابطه دوسویه میان یک چیز یا یک مجموعه منظم از اشیا که گواه را ارائه می‌دهند و گزاره‌ای که فرضیه را بیان می‌کند تفسیر کرده است.

به طور کلی، استلزام منطقی بین شاهد و فرضیه، شرطی خیلی قوی برای معیار تأیید است، به ویژه هنگامی که فرضیه یک شرطی کلی است، و هیچ مجموعه متناهی از مشاهدات قادر به اثبات فرضیه نخواهد بود. ایده اصلی همپل برای یافتن تعریفی برای تأیید کیفی که شرایط کفایت او را برآورده کند این بود که یک فرضیه توسط نمونه‌های مثبت آن تأیید می‌شود. این مفهوم به ظاهر ساده، به سختی تبیین می‌شود. خود همپل از مفهوم بسط (development) یک فرضیه برای مجموعه متناهی I از افراد استفاده می‌کند. در واقع $devI(H)$ محدود کردن H به دامنه‌ای I از مفردات است. به صورت صوری برای به دست

آوردن $devI(H)$ برای یک H که شامل سور است، به این ترتیب عمل می‌کنیم که سورهای عمومی را با عطف روی I و سورهای وجودی را با فصل روی I تحویل می‌کنیم.

برای مثال اگر $I = \{a, b\}$ باشد و H عبارت از $(\forall x)(\exists y)Lxy$ باشد (مثلاً «هر کسی کسی را دوست دارد»)، در این صورت $dev_I(H) = (L_{aa} \vee L_{ab}) \wedge (L_{bb} \vee L_{ba})$. همپل بر همین مبنا تعاریف اصل حساب خود را مطرح کرد:

تعریف ۱ (معیار مطلوبیت) E مستقیماً H را همپل - تأیید می‌کند اگر و تنها اگر $E \models dev_I(H)$ به نحوی که I دسته‌ای از منفردات است که در E مطرح می‌شوند؛

تعریف ۲ E, H را همپل - تأیید می‌کند اگر و تنها اگر یک کلاس C از جملات وجود داشته باشد به نحوی که $C \models H$ و E مستقیماً هر عضو از C را تأیید کند؛

تعریف ۳ E, H را همپل - عدم تأیید می‌کند اگر و تنها اگر $E, \neg H$ را همپل - تأیید کند.

حساب نمونه‌ای همپل مانع از چالش‌های عطف نامربوط می‌شود، اما این رویکرد با چالش‌های دیگری روبه‌رو است. یکی از این چالش‌ها که خود همپل آن را مطرح کرد، این است که فرضیه‌ای به شکل زیر، با هیچ گواه سازگاری مانند E ، همپل - تأیید نمی‌شود، زیرا بسط چنین فرضیه‌ای برای یک دامنه متناهی، ناسازگار است:

$$(\forall x)(\exists y)R_{xy} \wedge (\forall x)(\forall y)(\forall z)[(R_{xy} \wedge R_{yz}) \supset R_{xz}] \wedge (\forall x)\neg R_{xx} \quad (5.1)$$

که در آن R یک رابطه سریالی، غیر انعکاسی و متعددی دو موضعی است.^۹ یکی دیگر از مشکلات رویکرد نمونه‌ای همپل، پارادوکس مشهور کلاخ‌هاست. فرضیه «همه کلاخ‌ها سیاه هستند» را در نظر بگیرید. اگر محمول تک موضعی R ویژگی کلاخ‌بودن و محمول تک موضعی B ، ویژگی سیاه‌بودن را نشان دهد، می‌توان این فرضیه را به شکل صورت بندی کرد. عبارات شاهد زیر را در نظر بگیرید (که در آن a تا $a6$ افراد دامنه هستند):

$$E_1 : (R_{a1} \wedge B_{a1}), E_2 : (\neg R_{a2} \wedge \neg B_{a2}), E_3 : (\neg R_{a3}), E_4 : (B_{a4}), E_5 : (\neg R_{a5} \wedge B_{a5}), E_6 : (R_{a6} \wedge \neg B_{a6}) \quad (5.2)$$

فقط E_6 قادر نیست فرضیه H را همپل - تأیید کند، زیرا H را ابطال می‌کند. ولی سایر شواهد، فرضیه H را همپل - تأیید می‌کنند. برای مثال شیء خاصی مانند کاغذی که در دست شماست ($a2$) را در نظر بگیرید؛ این گزاره که « $a2$ نه سیاه است و نه کلاخ» فرضیه «همه»

اشیای غیر سیاه غیر کلاغ‌اند» را تأیید می‌کند؛ از طرفی این فرضیه منطقاً معادل و هم‌ارز با فرضیه «همه کلاغ‌ها سیاه‌اند» است، لذا به این نتیجه غیر منتظره می‌رسیم که این گزاره که شیء مفروضی نه سیاه است و نه کلاغ، فرضیه H «همه کلاغ‌ها سیاه‌اند» را تأیید می‌کند. این مشکل به علت ارجاع ضمنی و ناروا به شهادی است که در مثال ما ذکر نشده است. لذا این گزاره که شیء خاصی نه سیاه است و نه کلاغ، اگر به تنهایی و بدون توجه به اطلاعات قبلی در نظر گرفته شود، فرضیه «هر غیر کلاغی، غیر سیاه است» را مانند فرضیه «هر غیر سیاهی غیر کلاغ است» تأیید خواهد کرد. ما مایلیم که فرضیه اول را نادیده بگیریم، زیرا از طریق شواهد فراوان دیگر، یعنی همه اشیایی که کلاغ نیستند ولی سیاه‌اند، کاذب بودن آن را می‌دانیم (گودمن، ۱۳۸۱: ۱۰۹-۱۰۸). تعریف نمونه‌ای همپل ما را مجبور نمی‌کند تا مجموعه شاهد معینی را در نظر بگیریم که منجر به این نتایج ناخوشایند می‌شود که E_7 تا E_5 نیز فرضیه H را تأیید می‌کنند.

۶. پارادوکس کلاغ‌ها و بیزگرایی

در بخش‌های قبل علاوه بر نشان دادن مشکلات رویکرد HD و رویکرد همپل در نظریه تأیید، نشان دادیم که می‌توان رویکردهای کیفی را با مفهوم کمی بیزگرایی، تبیین کرد. در این بخش قصد داریم صورت‌بندی احتمالاتی از پارادوکس کلاغ‌ها را ارائه کنیم. همان‌طور که در بخش قبل شرح داده شد، اگر محمول تک‌موضعی R ویژگی کلاغ‌بودن و محمول تک‌موضعی B، ویژگی سیاه بودن را نشان دهد، همپل نشان داد که مشاهده‌ای به صورت $R_a \wedge B_a$ ، فرضیه «همه کلاغ‌ها سیاه هستند»، $H: (\forall x)(Rx \supset Bx)$ ، را تأیید می‌کند، اما پارادوکس کلاغ‌ها از این حقیقت سر بر می‌آورد که بر اساس رویکرد همپل، شهادی به صورت $\neg R_a \wedge \neg B_a$ نیز فرضیه H را تأیید می‌کند.

سایز (Suppes, 1966) برای صورت‌بندی این پارادوکس با رویکرد بیزی، فرض می‌کند شیء a تصادفاً از اشیای جهان انتخاب شده است. با فرض،

$$\begin{aligned} p(R_a \wedge B_a | K) &= p_1, & p(R_a \wedge \neg B_a | K) &= p_2 \\ p(\neg R_a \wedge B_a | K) &= p_3, & p(\neg R_a \wedge \neg B_a | K) &= p_4 \end{aligned} \quad (۶.۱)$$

طبق قاعده بیز داریم:

$$p(\neg B_a | R_a \wedge K) = \frac{p_2}{p_1 + p_2}, \quad p(R_a | \neg B_a \wedge K) = \frac{p_2}{p_2 + p_4} \quad (۶.۲)$$

از دو رابطه بالا نتیجه می‌شود: $p(\neg B_a | R_a \wedge K) > p(R_a | \neg B_a \wedge K)$ اگر و تنها اگر $p_4 > p_1$. با توجه به آنچه ما از ساختار طبیعت می‌دانیم، می‌توانیم $p_4 > p_1$ را در نظر بگیریم، زیرا اشیای غیر کلاغ و غیر سیاه به مراتب بیش‌تر از اشیای کلاغ و سیاه به نظر می‌رسند. پس با توجه به دانش پس‌زمینه K ، احتمال این‌که یک شیء مانند a غیر سیاه باشد به شرط این‌که کلاغ باشد، خیلی بیش‌تر است از احتمال این‌که a کلاغ باشد به شرط این‌که غیر سیاه باشد. نتیجه می‌گیریم که جمع‌آوری مشاهدات از کلاس یا طبقه کلاغ‌ها از جمع‌آوری مشاهدات از کلاس اشیای غیر سیاه، در پیدا کردن مثال نقض برای فرضیه H ، خیلی مؤثرتر است. این نتیجه در توافق با ابطال‌پذیری پوپری به نظر می‌رسد.

هارویچ (Horwich, 1982) برای پاسخ به این پارادوکس، از مشاهدات آغاز کرد. چندین راه برای دست یافتن به مشاهده‌ای از نوع $R_a \wedge B_a$ وجود دارد؛ مثلاً (۱) انتخاب تصادفی یک شیء از جهان و بررسی این‌که دو ویژگی کلاغ‌بودن و سیاه‌بودن را دارد، (۲) انتخاب تصادفی یک شیء از کلاس کلاغ‌ها و بررسی این‌که سیاه است، یا (۳) انتخاب تصادفی یک شیء از کلاس اشیای سیاه و بررسی این‌که کلاغ است. این نکته به طوری مشابه درباره شاهدهی از نوع $\neg R_a \wedge \neg B_a$ برقرار است. او با توجه به همین نکته، R_a^* را به این صورت تعریف کرد که شیء a به تصادف از کلاس کلاغ‌ها انتخاب شده باشد و $\neg B_a^*$ را به معنای این‌که شیء b به تصادف از کلاس اشیای غیر سیاه انتخاب شده باشد. برای نشان دادن پارادوکس کلاغ‌ها، با کمک این تعاریف، می‌توان اثر تأییدکننده هر یک از مشاهدات $R_a^* \wedge B_a$ و $\neg R_b^* \wedge \neg B_b^*$ را روی فرضیه $H: (\forall x)(Rx \supset Bx)$ بررسی کرد، با توجه به قاعده بیز:

$$p(H | R_a^* \wedge B_a \wedge K) = \frac{p(R_a^* \wedge B_a | H \wedge K)p(H | K)}{p(R_a^* \wedge B_a | K)} \quad (۶.۳)$$

$$p(H | \neg B_b^* \wedge \neg R_b \wedge K) = \frac{p(\neg B_b^* \wedge \neg R_b | H \wedge K)p(H | K)}{p(\neg B_b^* \wedge \neg R_b | K)}$$

اگر $R_a^* \wedge B_a$ و $\neg B_b^* \wedge \neg R_b^*$ مشاهداتی از فرضیه H باشند، در این صورت:

$$p(R_a^* \wedge B_a | H \wedge K) = p(\neg B_b^* \wedge \neg R_b | H \wedge K) = 1 \quad (۶.۴)$$

پس داریم:

$$p(H | R_a^* \wedge B_a \wedge K) = \frac{p(H | K)}{p(R_a^* \wedge B_a | K)}$$

$$p(H | \neg B_b^* \wedge \neg R_b \wedge K) = \frac{p(H | K)}{p(\neg B_b^* \wedge \neg R_b | K)} \quad (۶.۵)$$

در این صورت،

$$p(H | R_a^* \wedge B_a \wedge K) > p(H | \neg B_b^* \wedge \neg R_b \wedge K) \quad (۶.۶)$$

اگر و تنها اگر $p(\neg B_b^* \wedge \neg R_b | K) > p(R_a^* \wedge B_a | K)$ باشد. هاریچ تأکید می‌کند که رابطهٔ اخیر برای جهان ما صادق است (Earman, 1992:71).

پارادوکس کلاخ‌ها هم‌چنان یکی از مسائل ادامه‌دار نظریهٔ تأیید است و این‌که فکر کنیم توانسته‌ایم آن را کاملاً حل کنیم، کمی ساده‌انگارانه است. در این‌جا صرفاً تلاش کرده‌ایم سودمندی رویکرد کمی بیزی در نظریهٔ تأیید را در پاسخ به چنین مسائلی نشان بدهیم.^۶

۷. معمای جدید استقرا و بیزگرایی

مثال مشهور گودمن محمول «سابی» است که از قسمت‌های اول و آخر محمول‌های سبز و آبی ساخته شده است. محمول سابی را این‌طور تعریف می‌کنیم که اگر آن را بر چیزی حمل کنیم، به این معناست که تا قبل از زمان مفروض t ، سبز و بعد از آن آبی است.^۷ گزارهٔ «زمردها سابی هستند» را در نظر می‌گیریم؛ به این ترتیب تمام زمردهای مشاهده شده، سابی به حساب می‌آیند، زیرا شرایط سابی بودن را ارضا می‌کنند. در واقع اگر زمان مفروض t زمانی در آینده باشد پس همهٔ زمردهای کنونی که قبل از آن زمان مشاهده می‌شوند باید سبز باشند که هستند و این یعنی هر زمرده سبزی گزارهٔ بالا را تأیید می‌کند. از طرف دیگر گزارهٔ «همهٔ زمردها سبز هستند» را در نظر می‌گیریم؛ این گزاره هم با مشاهدهٔ زمردهای سبز تأیید می‌شود. مسئلهٔ اصلی که گودمن برای اولین بار مورد توجه قرار داد، مسئلهٔ تسری (projection) بود. او برای این‌که نشان دهد همهٔ محمول‌ها به یک اندازه تسری‌پذیر نیستند، این‌گونه محمول‌ها نظیر سابی را مطرح ساخت. گودمن می‌گوید که «تأیید واقعی (genuine) فقط زمانی رخ می‌دهد که یک نمونه، اعتباری (credibility) را به فرضیه بدهد که به نمونه‌های دیگر منتقل شده است» (Goodman, 1983: 69). در واقع اصطلاح «تسری‌پذیر» را در مورد فرضیه‌ای به کار می‌بریم که قادر به دریافت چنین تأیید اصلی از جانب نمونه‌های خود باشد. می‌توان تسری‌پذیری را در دستگاه بیزی به صورت زیر صورت‌بندی کرد (Earman, 1992):

تسری‌پذیری ضعیف) با توجه به معرفت پس‌زمینه K ، فرضیه H به طور ضعیف (weakly) روی نمونه‌های خود، E_1, E_2, \dots ، تسری‌پذیر است فقط در صورتی که:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (E_{n+1} | \bigwedge_{i \leq n} E_i \wedge K) = 1 \quad (v.1)$$

به طور مشابه در منطق (L, \models) ، فرض کنید P محمولی تک‌موضعی باشد، با توجه به معرفت پس‌زمینه K ، فرضیه H به طور ضعیف روی افراد a_1, a_2, a_3, \dots تسری‌پذیر است فقط در صورتی که:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (P_{a_{n+1}} | \bigwedge_{i \leq n} P_{a_i} \wedge K) = 1 \quad (v.2)$$

تسری‌پذیری قوی) با توجه به معرفت پس‌زمینه K ، فرضیه H به طور قوی (strongly) روی نمونه‌های خود، E_1, E_2, \dots ، تسری‌پذیر است فقط در صورتی که:

$$\lim_{m, n \rightarrow \infty} (\bigwedge_{n \leq j \leq n+m} E_j | \bigwedge_{i \leq n} E_i \wedge K) = 1 \quad (v.3)$$

به طور مشابه در منطق (L, \models) ، فرض کنید P محمولی تک‌موضعی باشد، با توجه به معرفت پس‌زمینه K ، فرضیه H به طور قوی روی افراد a_1, a_2, a_3, \dots تسری‌پذیر است فقط در صورتی که:

$$\lim_{m, n \rightarrow \infty} (\bigwedge_{n \leq j \leq n+m} P_{a_j} | \bigwedge_{i \leq n} P_{a_i} \wedge K) = 1 \quad (v.4)$$

شرط کافی برای برقراری تسری‌پذیری ضعیف و قوی، این است که $p(H) > 0$ باشد. فرض کنید محمول تک‌موضعی P بیان‌گر سبز بودن و محمول P' نشان‌دهنده سابی بودن باشد، می‌توان روی افراد a_1, a_2, a_3, \dots ، P' را برحسب P چنین تعریف کرد:

$$P'_{a_i} \equiv \{[(i \leq t) \wedge P_{a_i}] \vee [(i > t) \wedge \neg P_{a_i}]\} \quad (v.5)$$

وقتی که دامنه i از ۱ تا ∞ است، هیچ‌چیز در حساب احتمالات مانع نمی‌شود تا به $(\forall i)P_{a_i}$ و $(\forall i)P'_{a_i}$ ، احتمال پیشین غیر صفر نسبت بدهیم، که در این صورت:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} (P_{a_{n+1}} | \bigwedge_{i \leq n} P_{a_i} \wedge K) &= 1 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} (P'_{a_{n+1}} | \bigwedge_{i \leq n} P'_{a_i} \wedge K) &= 1 \end{aligned} \quad (v.6)$$

پوپر در ضمیمه vii منطق اکتشافات علمی بیان می‌کند که حتی اگر بپذیریم احتمال‌های پیشین $(\forall i)P_{a_i}$ و $(\forall i)P'_{a_i}$ صفر نیستند، این نتیجه، تناقض است، زیرا $P'_{a_{t+1}}$ معادل با $\neg P_{a_{t+1}}$ است و احتمال هر دو نمی‌تواند به ۱ میل کند. اما باید توجه داشت که مثال گودمن نشان می‌دهد که نرخ هم‌گرایی روی محمول‌های متفاوت نمی‌تواند یک‌سان باشد. درست است که هر دو حد به عدد یک میل می‌کنند، اما از آنجایی که با توجه به دانش پس‌زمینه K ، تسری‌پذیری فرضیه $(\forall i)P_{a_i} : H$ روی مشاهدات با ویژگی P_{a_i} بیش‌تر است، نرخ هم‌گرایی $\lim_{n \rightarrow \infty} (P_{a_{n+1}} | \bigwedge_{i \leq n} P_{a_i} \wedge K)$ به ۱ بیش‌تر از $\lim_{n \rightarrow \infty} (P'_{a_{n+1}} | \bigwedge_{i \leq n} P'_{a_i} \wedge K)$ است.^۸ تا این‌جا، صورت‌بندی تسری‌پذیری گودمن را در دستگاه بیزی نشان دادیم، حال برای پاسخ به معمای سابی، فرض کنید که H این فرضیه باشد که «همه زمردها سبز هستند» و H' این فرضیه باشد که «همه زمردها سابی هستند» و E مشاهده‌ای باشد مبنی بر این‌که زمرد a قبل از زمان t بررسی شده و سبز است (P_a). با توجه به قاعده بیز داریم:

$$p(H | E \wedge K) = \frac{p(H | K)p(E | H \wedge K)}{p(E | K)}$$

$$p(H' | E \wedge K) = \frac{p(H' | K)p(E | H' \wedge K)}{p(E | K)} \quad (7.7)$$

اما E شهادی برای هر دو فرضیه H و H' است ($\{H, K\} \models E$ و $\{H', K\} \models E$) پس $p(E | H \wedge K) = p(E | H' \wedge K)$ ، در نتیجه:

$$p(H | E \wedge K) = \frac{p(H | K)}{p(E | K)}$$

$$p(H' | E \wedge K) = \frac{p(H' | K)}{p(E | K)} \quad (7.8)$$

از آنجایی که درست‌نمایی پیشین E در مخرج هر دو رابطه با هم برابر است، تفسیر بیزی این مسئله عبارت است از صورت‌بندی نظریه‌ای درباره حمایت گواه یا مشاهده از نظریه، که احتمال اولیه بیش‌تری را به فرضیه سبز بودن زمردها در مقایسه با سابی بودن آن‌ها بدهد. یعنی با توجه به دانش پس‌زمینه K ، شاهد E حمایت بیش‌تری از فرضیه H در مقایسه با فرضیه H' دارد اگر احتمال پیشین بزرگ‌تری برای H در مقایسه با H' در نظر گرفته باشیم.

۸. نتیجه‌گیری

هدف از این مقاله، بررسی چالش‌های نظریه تأیید به وسیله رویکرد بیزی، رویکردی کمی در تأیید فرضیه‌های علمی، بود. همان‌طور که خاطر نشان کردیم، بیزگرایی روشی برای ارزیابی تعمیم‌ها یا پیش‌بینی‌ها، بر اساس مشاهدات است. در واقع ما می‌توانیم به کمک نظریه احتمالات و قاعده بیز، احتمال یک پیش‌بینی یا فرضیه علمی را با توجه به شواهد، محاسبه کنیم، زیرا در رویکرد بیزی، آنچه موجب تمایز علم و افسانه از هم می‌شود، این است که ما گواه و شاهد خوبی برای محتوا و مضمون علم و یا لاقول علمی که به کمال رسیده‌اند داریم. در این مقاله، تفسیر درجه باور (ذهنی) از احتمال، که رویکرد غالب بیزگرایان معاصر است، را در نظریه تأیید بیزی به کار گرفتیم و نشان دادیم که رویکردهای کیفی به نظریه تأیید، از جمله رویکرد فرضی استنتاجی، از پس معضلی هم‌چون عطف نامربوط بر نمی‌آیند و تأیید نمونه‌ای همپل نیز نمی‌تواند پاسخ‌گوی پارادوکس‌های نظریه تأیید از جمله پارادوکس کلاخ‌ها باشد. در ادامه، پارادوکس کلاخ‌ها و معمای جدید استقرا (معمای گودمن) را در قالب دستگاه بیزی صورت‌بندی و پاسخ‌های موجود برای آن‌ها را مطرح کردیم.

پی‌نوشت

۱. شرح رویکرد همپل و معیار مطلوبیت او در بخش ۴ آمده است.
۲. برای شرح کامل از تفاسیر احتمال و نقدهای وارد به آن‌ها، ← (Gillies, 2000).
۳. E برگرفته از واژه «evidence» به معنای «گواه و مدرک» و H برگرفته از واژه «hypothesis» به معنای «فرضیه» است.
۴. برای اطلاع از این‌گونه دستگاه‌های غیر استاندارد احتمال، ← (Popper, 1961; Renyi, 1970).
۵. برای آشنایی با منطق محمولات جدید ← (نبوی، ۱۳۸۹).
۶. یکی از انتقاداتی که ساپز به پاسخ هاریچ وارد کرده این است که مقایسه دو احتمال $p(R_a^* \wedge B_a | K)$ و $p(\neg B_b^* \wedge \neg R_b | K)$ مقایسه احتمال مربوط به شیئی که به تصادف از کلاس کلاخ‌ها انتخاب شده (a) با احتمال مربوط به شیئی است که به تصادف از کلاس اشیای غیر سیاه انتخاب شده است (b). برای اطلاع از پاسخ‌های دیگر به پارادوکس کلاخ‌ها ← (Lawson, 1985; Watkins, 1987; French, 1988; Aronson, 1989).
۷. پاتنام (H. Putnam) در پیش‌گفتار ویرایش چهارم کتاب واقعیت، افسانه، و پیش‌بینی چیزی را

به عنوان سابی معرفی می کند که یا قبل از زمان معین t مشاهده شده و سبب باشد یا قبل از آن زمان مشاهده نشده و آبی باشد.
۸. برای شرح بیش تر ← (Earman, 1992: 110-113).

منابع

- پوپر، کارل ریموند (۱۳۸۸). *منطق اکتشافت علمی*، ترجمه سید حسین کمالی، تهران: علمی فرهنگی.
پاپینو، دیوید (۱۳۸۰). «مسئله استقرا»، ترجمه امیر مازیار، *مجله اندیشه*، سال اول، ش ۱.
کارناپ، رودلف (۱۳۶۳). *مقدمه ای بر فلسفه علم، مبانی فلسفی فیزیک*، ترجمه یوسف عقیقی، تهران: نیلوفر.
گیلیس، دانالد (۱۳۸۷). *فلسفه علم در قرن بیستم*، ترجمه حسن میانداری، تهران: سمت.
گودمن، نلسون (۱۳۸۱). *واقعیت، پیش بینی، و افسانه*، ترجمه رضا گندمی نصرآبادی، قم: دانشگاه مفید.
لازی، جان (۱۳۷۷). *درآمدی تاریخی به فلسفه علم*، ترجمه علی پایا، تهران: سمت.
نبوی، لطفاله (۱۳۸۴). *مبانی منطق و روش شناسی*، تهران: دانشگاه تربیت مدرس.
همپل، کارل (۱۳۸۰). *فلسفه علوم طبیعی*، ترجمه حسین معصومی همدانی، تهران: مرکز نشر دانشگاهی.
- Aronson, J. (1989). 'The Bayesians and the Ravens paradox'. *Nous*, Vol. 23.
- Carnap, Rudolph (1950). *Logical Foundations of Probability*, Chicago: University of Chicago Press.
- Bayes, T. (1764). 'An Essay Toward Solving a Problem in the Doctrine of Chances', *Philosophical Transactions of the Royal Society of London for 1763*, 53.
- Earman, John (1992). *Byes or Bust*, Cambridge, MA: Bradford-MIT.
- Fitelson, B. (2001). 'Studies in Bayesian Confirmation Theory', PhD Thesis, University of Wisconsin.
- French, S. (1988). 'A Green Parrot Is Just as Much a Red Herring as a White Shoe: A Note on Confirmation, Background Knowledge, and the Logico-Probabilistic Approach'. *British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. 38.
- Gillies, Donald (2000). *Philosophical Theories of Probability*, London: Routledge.
- Glymour, Clark (1980). *Theory and Evidence*, Princeton: Princeton University Press.
- Goodman, N. (1983). *Fact, Fiction, and Forecast*, Cambridge: Harvard University Press.
- Hajek, A. (2009). 'Interpretations of the Probability Calculus', In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Edward N. Zalta (ed.), <http://plato.stanford.edu/entries/probability-interpret/>.
- Hawthorn, J. (2008). 'Inductive Logic', In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Edward N. Zalta (ed.), <http://plato.stanford.edu/entries/logic-inductive/>.
- Hempel, C. G. (1945). 'Studies in the Logic of Confirmation', *Mind*, Vol. 45.
- Howson, C. (2008). 'Bayesianism', In *The Routledge Companion to Philosophy of Science*, Stathis Psillos and Martin Curd (eds.), New York: Routledge.

- Howson, C. and Urbach (2006). *Scientific Reasoning, the Bayesian Approach*, La Salle, Illinois: Open Court.
- Keynes, J. M. (1921). *A Treatise on Probability*, London: Macmillan.
- Lawson, T. (1985). 'The Context of Prediction (and the Paradox of Confirmation)', *British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. 36.
- Norton, John D. (2005). 'A Little Survey of Induction', In *Scientific Evidence: Philosophical Theories and Applications*, P. Achinstein (ed.), Johns Hopkins University Press.
- Norton, John D. (2007). 'Challenges to Bayesian Confirmation Theory', In *Handbook of the Philosophy of Science, Philosophy of Statistics*, Vol. 7, Elsevier.
- Popper, Karl, R. (1961). *Logic of Scientific Discovery*, New York: Science.
- Popper, Karl R. and Miller, David (1983). 'A Proof of the Impossibility of Inductive Logic', *Nature*, Vol. 302.
- Ramsey, F. P. (1926). 'Truth and Probability', In *Studies in Subjective Probability*, H. E. Kyburg and H. E. Smokler (eds.), John Wiley.
- Renyi, Alfred (1970). *Foundations of Probability*, San Francisco: Holden-Day In.
- Sprenger, Jan (2011). 'Hempel and the Paradoxes of Confirmation', In *Handbook of the History of Logic*, Dov M. Gabbay, Stephan Hartmann and John Woods (eds.), Vol. 10, Inductive Logic, Elsevier.
- Suppes, P. (1966). 'A Bayesian Approach to the Paradoxes of the Ravens', In *Aspects Of Inductive Logic*, Hintikka and Suppes (eds.), Amesterdam: North Holland.
- Von Mises, R. (1928). *Probability, Statistics, and Truth*, London: George, Allen and Unwin.
- Watkins, J. (1987). 'Lawson on the Raven Paradox and Background Knowledge', *British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. 38.
- Weisberg, Jonathan (2011). 'Varieties of Bayesianism', In *Handbook of the History of Logic*, Dov M. Gabbay, Stephan Hartmann and John Woods (eds.), Vol. 10, Inductive Logic, Elsevier.