

هم‌وردایی عام، دیدگاه‌های فریدمن و ارمن

سعید معصومی*

چکیده

مفهوم هم‌وردایی عام یکی از مفاهیم مهم در نظریه نسبیت عام است که در فهم چیستی آن مشکلات و ابهامات زیادی بروز کرده است. در این مقاله، ضمن توضیح در مورد چیستی مفهوم هم‌وردایی عام، دیدگاه اندرسون - فریدمن در مورد مفهوم شیء مطلق بیان می‌شود. شیء مطلق، در این دیدگاه، متمایز کننده نسبیت عام از نظریه‌های دیگر است. همچنین دو تعریف از مفهوم هم‌وردایی عام را، یعنی، هم‌وردایی عام صوری را و هم‌وردایی عام جوهری را که ارمن ارائه داده است بیان می‌کنیم. ارمن با بیان اینکه نسبیت عام نظریه‌ای است که هم‌وردایی عام جوهری را متحقق می‌سازد، آن را از دیگر نظریه‌های فضا - زمانی متمایز می‌کند. ما در این مقاله، دو دیدگاه فوق را بررسی می‌کنیم و تمایز آنها را مشخص می‌سازیم.

کلیدواژه‌ها: هم‌وردایی عام، نظریه‌های فضا-زمانی، شیء مطلق، تقارن پیمانه‌ای، دیدگاه فریدمن، دیدگاه ارمن.

۱. مقدمه

اینشتین به دنبال یکسان سازی معادلات فیزیکی، در تمام چارچوب‌های مرجع مجاز بود. (به مسامحه) می‌توان گفت که به لحاظ ریاضی، این مطلب معادل است با هم‌وردایی عام معادلات فیزیکی. در واقع، این امر را می‌توان تعمیم آن چیزی دانست که در نسبیت خاص انجام شده بود؛ در نسبیت خاص معادلات فیزیکی هم‌وردای لورنتسی (Lorentz covariance) است.

* استادیار پژوهشکده مطالعات بنیادین علم و فناوری دانشگاه شهید بهشتی، s_masoumi@sbu.ac.ir
تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۱/۲۷، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۴/۲۳

مقاله ۱۹۰۵ اینشتین، که در آن نظریه نسبیت خاص معرفی می شود، راهی است که در آن الکترومغناطیس ماکسول در تمام دستگاه های لخت معادل می شود و هیچ دستگاه لخت مرجحی بر اساس آن گزینش نمی شود؛ این امر در فیزیک کلاسیک غیر نسبیتی برقرار نیست و الکترومغناطیس ماکسول دستگاه لخت مرجحی را معین می سازد که در آن سرعت نور c است (هرچند هر آزمایشی که برای معین کردن این چارچوب انجام شده بود با شکست مواجه شده بود).

بنابراین، با ارائه نظریه نسبیت خاص، همه دستگاه های لخت، نسبت به الکترومغناطیس وضعیت مشابهی پیدا کرد و آزمایشی مبتنی بر الکترومغناطیس نمی توانست میان آنها تمایز و ارجحیت ایجاد کند. یعنی، دستگاه های لخت واجد تقارنیاست که بر اساس آن، اگر از یک دستگاه لخت به دستگاه لخت دیگر برویم، با نظریه های فیزیکی نمی توان این دو وضعیت را متمایز ساخت.

این درخواست تقارن، در نسبیت عام توسعه می یابد. یعنی، در نسبیت عام دستگاه لختی وجود ندارد؛ با این حال، در این نظریه، مسیر های لخت (ژئودزیک ها) وجود دارد که این مسیر ها میان حرکات لخت و غیر لخت (حرکات شتاب دار و حرکات دورانی) تمایز ایجاد می کند؛ این دقیقاً همان ویژگی ای است که نظریه های قبلی نیز واجد آن است (Friedman, 1983: 26-27). در این نظریه، «همچنان زیر رده مرجحی از چارچوب ها داریم به نام چارچوب های لخت موضعی (local inertial frame) که نسبت به ژئودزیک های متریک نه شتاب دار است و نه دوران کننده» (ibid: 27).

اما در این میان، آن مفهومی که بیش از مفاهیم دیگر موجب اشکال و ابهام شده است، مفهوم هم وردایی عام (general covariance) است. به عنوان مثال، بر اساس برداشتی از این مفهوم، ویژگی اصلی نسبیت عام داشتن ویژگی هم وردایی عام است، و این ویژگی موجب تقارن کامل دستگاه های مختصات شده است، و در واقع توسعه اصل نسبیت است و متحقق کننده این اندیشه فلسفی واقع گرایانه است که وضعیت فیزیکی که بیان کننده ویژگی عینی جهان است، مستقل از ما و ذهن ما است، و بنابراین، باید مستقل از ناظر باشد، و چون هر دستگاه مختصات، معادل است با ناظری که در آن دستگاه در حال سکون است، آنچه هویتی عینی و فیزیکی است، باید مستقل از دستگاه مختصات باشد.

در این مقاله، می کوشیم تا ضمن روشن ساختن مفهوم هم وردایی عام، دو دیدگاه مطرح شده را در مورد تمایز نسبیت عام با نظریه های فضا-زمانی دیگر بیان کنیم، و تمایز

این دو را مشخص سازیم. دیدگاه‌های مورد بحث، یکی دیدگاه اندرسون-فریدمن^۱ و دیگری دیدگاه ارمن است. در بخش دوم، برخی از ابزارهای ریاضی لازم، توضیح داده شده است. در بخش سوم، به مفهوم هم‌وردایی عام و ایضاح آن پرداخته ایم. در بخش چهارم، دیدگاه‌های فریدمن و ارمن را بیان کرده و تمایز آنها عنوان شده است و نهایتاً در بخش پنجم، نتیجه‌گیری بحث بیان گردیده است.

اما پیش از ورود به بحث، لازم است تاکید کنیم که در این مقاله، هدف اصلی بیان تمایز میان دیدگاه ارمن و دیدگاه فریدمن در مورد نسبییت عام است. برای اینکه این تمایز روشن شود، باید مفهوم شیء مطلق، که دیدگاهی است که ابتدا اندرسون آن را ارائه کرده و بعد از او فریدمن آن را بسط داده، روشن شود. برای روشن کردن این تمایز، لازم است که از ابزار ریاضی استفاده شود و بیان فریدمن و ارمن به شکل دقیق ریاضی ارائه گردد تا تمایز آنها مشخص گردد. بنابراین، ما در بخش دوم ابزار ریاضی لازم را معرفی می‌کنیم، و در بخش سوم، بیان ریاضی دو دیدگاه را ارائه می‌دهیم. به این ترتیب، در بخش چهارم، می‌توانیم نکته اصلی مقاله را که بیان تمایز مفهومی این دو دیدگاه است روشن کنیم و این کار صرفاً با بکارگیری ابزار ریاضی صورت پذیر است.

۲. برخی ابزارهای ریاضی لازم

در نظریه‌های فضا-زمانی، فضا-زمان را با یک خمینه چهاربعدهی چون M بازنمایی می‌کنیم. خمینه را با کارت‌های مختصات به طریق زیر تعریف می‌کنند.^۲

تعریف کارت مختصات: فرض کنید که M یک فضای توپولوژیک باشد که در آن U مجموعه‌ای باز است. در این صورت، کارتی n -بعدهی روی M زوج (U, ϕ) است که در آن $\phi: U \rightarrow \mathbb{R}^n$ هم‌مورفیزی روی زیر مجموعه بازی از فضای اقلیدسی \mathbb{R}^n است که مجهز به توپولوژی متریک معمولی است.

هر گاه به ازای دو کارت مختصات چون (U_1, ϕ_1) و (U_2, ϕ_2) رابطه $U_1 \cap U_2 \neq \emptyset$ برقرار باشد، آنگاه $\phi_1^{-1} \circ \phi_2$ تابعی از زیرمجموعه بازی چون $\phi_1(U_1 \cap U_2) \subset \mathbb{R}^n$ به روی زیرمجموعه بازی چون $\phi_2(U_1 \cap U_2) \subset \mathbb{R}^n$ است.

اطلسی (atlas) با بعد m روی فضای توپولوژیک M ، خانواده‌ای از کارت‌های مختصات به صورت $(U_i, \phi_i)_{i \in I}$ است (که در آن، I یک مجموعه اندیس است) که دارای خواص زیر است:

$$M = \bigcup_{i \in I} U_i \quad -1$$

۲- هر تابع هم پوشانی $\Phi_j \circ \Phi_i^{-1}$ به ازای $i, j \in I$ نگاشتی C^∞ از

$$\Phi_i(U_i \cap U_j) \subset \mathbb{R}^n \text{ به } \Phi_j(U_i \cap U_j) \subset \mathbb{R}^n \text{ باشد.}$$

اگر این اطلس کامل باشد، یعنی، اطلس دیگری (غیر از خودش) نباشد که حاوی آن باشد، آنگاه $(U_i, \Phi_i)_{i \in I}$ را ساختار دیفرانسیلی روی M با بعد m می نامند، و فضای توپولوژیک M را خمینه دیفرانسیل پذیر یا m -خمینه می گویند.

فرض ما این است که خمینه M متریک پذیر است، و در نسبت عام متریکی ای که روی آن تعریف شده است یک متریک لورنتسی چون g_{ab} است که در آن حروف ابتدایی الفبای لاتین، بیان کنندهنمادسازی اندیسیمجرد (abstract index notation) است: (Malament, 2012: 22) به علاوه، بر روی این خمینه، اشیایی هندسی تعریف می کنیم که میدان هایی تانسوری از مراتب مختلف نیز در زمره اشیای هندسیقرار می گیرد. از آنجایی که بخش مهمی از اشیای هندسی، میدان های تانسوری است، لازم است تا توضیحی اجمال در مورد آنها ارائه گردد. به طور کلی، می توان مرتبه یک میدان تانسوری نامشخص را (m, n) در نظر گرفت. برای تعریف میدان تانسوری، ابتدا یک رشته از تعاریف لازم است.

۱.۲ بردار مماس و فضای مماس در نقطه p

فرض کنید که M خمینه ای دیفرانسیل پذیر باشد در این صورت، بردار مماسی چون v ، در نقطه $p \in M$ تابعی است به صورت $v: C^\infty(M) \rightarrow \mathbb{R}$ ، که در آن، $C^\infty(M)$ مجموعه توابع هموار (smooth) از M به \mathbb{R} است، به طوری که شرایط زیر را بر آورده سازد.

۱. به ازای هر f و g عضو $C^\infty(M)$

$$v(f + g) = v(f) + v(g);$$

۲. به ازای هر f عضو $C^\infty(M)$ و هر r عضو \mathbb{R}

$$v(rf) = rv(f);$$

۳. به ازای هر f و g عضو $C^\infty(M)$

$$v(fg) = g(p)v(f) + f(p)v(g).$$

مجموعه تمام بردارهای مماس در نقطه p ، که آن را با T_pM نشان می‌دهیم، تحت اعمال جمع و ضرب زیر، یک فضای برداری تشکیل می‌دهد که به آن فضای مماس در نقطه p می‌گوییم.

۱. به ازای هر f عضو $C^\infty(M)$ هر v_1 و v_2 عضو T_pM
 $(v_1 + v_2)(f) = v_1(f) + v_2(f)$

۲. به ازای هر f عضو $C^\infty(M)$ ، هر v عضو T_pM و هر r عضو \mathbb{R}
 $(rv)(f) = rv(f)$

در این صورت، مجموعه همه بردارها در M را کلاف مماس (tangent bundle) می‌گوییم و آن را با TM نشان می‌دهیم؛ به عبارت دیگر:

$$TM = \bigcup_{p \in M} T_pM$$

به این ترتیب، میدان برداری X اسنادی هموار است که به هر نقطه از خمینه، برداری از فضای مماس در همان نقطه $X_p \in T_pM$ متناظر می‌شود، و هموار بودن این اسناد به این معنی است که به ازای هر f عضو $C^\infty(M)$ تابع $Xf: M \rightarrow \mathbb{R}$ که به صورت زیر تعریف می‌شود هموار باشد.

$$M \rightarrow \mathbb{R}$$

$$p \mapsto (Xf)(p) \equiv X_p(f)$$

یعنی به طور نامتناهی مشتق پذیر باشد.

۲.۲ فضای دوگان (کتانژانت)

یک بردار دوگان (کتانژانت)، تابعی است خطی به صورت $\omega_p: T_pM \rightarrow \mathbb{R}$ ، یعنی، به هر بردار در فضای مماس یک عدد حقیقی نسبت می‌دهد و داریم.

$$\omega_p(\alpha X_p + \beta Y_p) = \alpha \omega_p(X_p) + \beta \omega_p(Y_p)$$

مجموعه تمام توابع خطی به این شکل را فضای دوگان فضای T_pM می‌نامند و با T_p^*M نشان می‌دهند. مجموعه تمام بردارهای دوگان در M را، که با TM^* نشان می‌دهند، کلاف دوگان یا کلاف کتانژانت (cotangent bundle) می‌گویند. در واقع،

$$TM^* = \bigcup_{p \in M} T_p^*M$$

۳.۲ کامل بودن

اگر نظریه ای فضا-زمانی دارای مدل هایی به شکل (M, O_1, \dots, O_n) باشد، به طوری که در معادلات میدان زیر صدق کند

$$O_k = 0, O_{k+1} = 0, \dots, O_n = 0$$

آنگاه هر $n+1$ تایی به شکل فوق که این معادلات را برآورده می سازد، مدلی برای نظریه است (Earman, Norton, 1987).

ما در اینجا فرض می کنیم که نظریه های فضا-زمانی ما که فوقاً به آن اشاره شد، موضعی (local) است به این معنی که شروط زیر را برآورده می سازد.

۱. صورتی بندی معادلات میدان در همسایگی نقطه ای چون p انجام می شود.
۲. نظریه های فضا-زمانی واجد ویژگی کامل بودن باشد.

مزیت این روش این است که از پیش در مورد توپولوژی کلی فضا-زمان فرضی نمی کنیم؛ زیرا توپولوژی های مختلفی با ساختار موضعی سازگارند. به این طریق، ما صرفاً تحول جهان و چگونگی ساختار آن را در اطراف یک نقطه از فضا-زمان توصیف می کنیم و این با انواع ساختار های کلی (global) برای جهان سازگار خواهد بود (Friedman, 1983: 33-34). به عنوان مثال، نمی گوئیم که جهان تخت است؛ جهان باز است یا بسته است؛ و جهان همبند (connected) است یا همبند نیست. به این ترتیب، نظریه های ما می تواند مدل های کیهان شناختی (cosmological models) مختلفی داشته باشد (ibid).

۴.۲ نگاشت های پیش برنده و پس برنده

نگاشت پیش برنده: فرض کنید که M و N دو خمینه باشند و $h: M \rightarrow N$ تابعی هموار باشد، در این صورت، این تابع، نگاشتی چون h_* از T_pM به $T_{h(p)}N$ القا می کند، که آن را نگاشت پیش برنده (push-forward) می نامیم و به صورت زیر تعریف می شود.

$$h_*: T_pM \rightarrow T_{h(p)}N$$

$$X_p \mapsto h_*(X_p)$$

که به ازای هر $f \in C^\infty(N)$ داریم:

$$h_*(X_p)(f) = X_p(f \circ h).$$

نکته ای که باید به آن توجه کنیم این است که این را نمی توان به میدان های برداری توسعه داد مگر اینکه تابع h تابعی دو سویی باشد که در این صورت، این نگاشت را می توان به میدان های برداری هم بسط داد. فرض کنید که X و Y به ترتیب میدان هایی در خمینه های M و N باشد، در این صورت، X و Y را h -مرتبط می نامیم و این را با $h_*X = Y$ نشان می دهیم که به صورت زیر تعریف می شود.

$$h_*(X_p) = Y_{h(p)}$$

نگاشت پس برنده: فرض کنید تابع f تابعی هموار باشد، و $f \in C^\infty(N)$ ، آنگاه نگاشت h^* را نگاشت پس برنده (pullback) می نامیم که به صورت زیر تعریف می شود.

$$h^*f \equiv f \circ h$$

که در آن $f \circ h \in C^\infty(M)$

این مفهوم را می توان به میدان های تانسوری هم وردای مرتبه بالاتر هم توسعه داد. فرض کنید که ω یک تک فرمی در خمینه N باشد، در این صورت، نگاشت پس برنده به صورت زیر تعریف می شود.

$$(h^*\omega)_p(X_p) = \omega_{h(p)}(h^*(X_p))$$

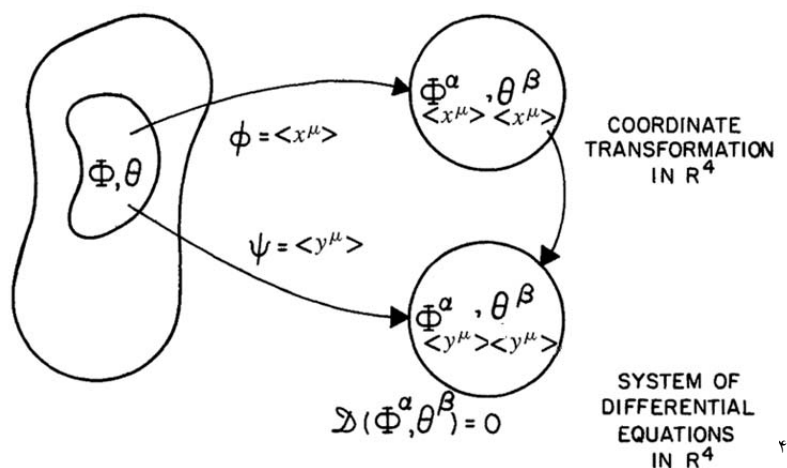
اگر تابع میان خمینه ها دو سویی باشد، هم برای میدان های تانسوری هم وردا و هم برای میدان های تانسوری پاد وردا، می توان نگاشت های پس برنده و پیش برنده را تعریف کرد و می توان نشان داد که برای تانسوری از مرتبه (k, l) داریم:

$$(h^*T)^{\mu_1 \dots \mu_k}_{\nu_1 \dots \nu_l} = \frac{\partial y^{\mu_1}}{\partial x^{\alpha_1}} \dots \frac{\partial y^{\mu_k}}{\partial x^{\alpha_k}} \frac{\partial x^{\beta_1}}{\partial y^{\nu_1}} \dots \frac{\partial x^{\beta_l}}{\partial y^{\nu_l}} T^{\alpha_1 \dots \alpha_k}_{\beta_1 \dots \beta_l}$$

۵.۲ تبدیل های منفعل و فعال

فرض کنید که M خمینه ای دیفرانسیل پذیر n بعدی باشد، و فرض کنید که (U, ϕ) و (V, ψ) دو کارت مختصات باشد. بنابراین، ϕ و ψ را می توان به صورت $\phi(p) = (x^1(p), \dots, x^n(p))$ و $\psi(p) = (y^1(p), \dots, y^n(p))$ نشان داد که در آن $x^\mu \in C^\infty(M)$ و $y^\mu \in C^\infty(M)$ است، و آنها را توابع مختصات می نامند. در واقع، با کارتهای مختصات، ما

نقاط فضا-زمان (خمینه) را برچسب می‌زنیم و هر نقطه p را از فضا-زمان این اعداد نشان می‌دهیم. به عنوان مثال، می‌توان نقطه p را با $x^1(p), \dots, x^n(p)$ نشان داد یا با $y^1(p), \dots, y^n(p)$ نشان داد. همچنین، میدان‌های تانسوری به معنی اعمرا (باید توجه داشت که توابع اسکالر، بردارها و بردارهای دوگان را هم می‌توان تانسورهای مرتبه $(0,0)$ ، $(1,0)$ و $(0,1)$ در نظر گرفت) می‌توان در دستگاه‌های مختلف نشان داد. در واقع، وقتی ما اینها را در دستگاه‌های مختصات مختلف نشان می‌دهیم، یک شیء را به طرق مختلف نمایش می‌دهیم، هنگامی که با یک تبدیل مختصات شیء هندسی Θ را که در مختصات x^μ نشان داده شده است در مختصات دیگری همچون y^μ نمایش می‌دهیم، با تبدیلی منفعل مواجهیم.



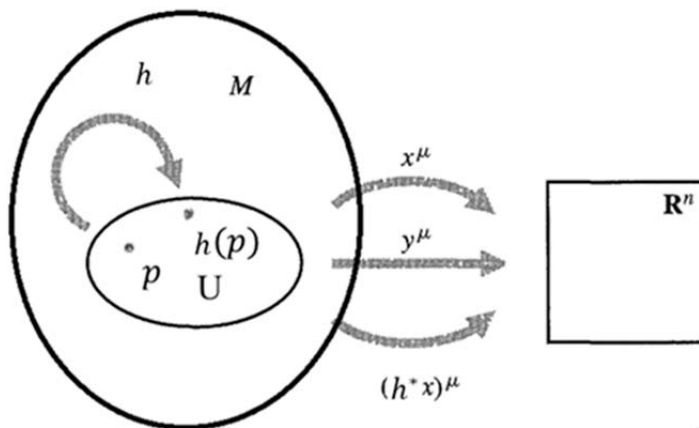
۶.۲ تبدیل یک میدان تانسوری تحت دیفیئومورفیسم

فرض کنید که h یک دیفیئومورفیسم از M به M باشد، و Θ یک میدان تانسوری باشد. در این صورت، مقدار تابع $\Theta \circ h^*$ ، که آن را جابجایی (dragging along) می‌نامیم و هم می‌تواند نگاشت پس برنده باشد و هم نگاشت پیش برنده، در نقطه $h(p)$ در مختصات $y^\mu = x^\mu \circ h$ برابر است با مقدار Θ در نقطه p در مختصات x^μ (Friedman, 1983: 359). به عنوان مثال، اگر X یک میدان برداری باشد که تحت یک تبدیل دیفیئومورفیسم (که در اینجا

خود ریختی (automorphism) نامیده می‌شود، چون تابعی است از M به M به h^*X تبدیل شود، داریم:

$$(h^*X)_{h(p)}X^\mu = X_p(x^\mu \circ h).$$

۵



۳. هم‌وردایی عام

هم‌وردایی عام ویژگی‌ای است که معادلات نظریه نسبیت عام واجد آن است. پرسش مهمی که باید به آن پاسخ دهیم این است که آیا این ویژگی منحصر به فرد نظریه نسبیت عام است که از اصول اختصاصی این نظریه نشأت می‌گیرد یا همه نظریه‌های فضا-زمانی ما واجد این خصوصیت است؟ در مباحث فلسفی و بنیادی مربوط به نظریه‌های فضا-زمانی و علی‌الخصوص نسبیت عام، در مورد اینکهمم‌وردایی عام دقیقاً به چه معنا است اختلاف نظر زیاد است، با این حال، بر سر دو موضوع توافق گسترده‌ای وجود دارد.

- ۱- هم‌وردایی عام نسبیت عام را از نظریه‌های پیشین متمایز نمی‌کند، به شرط اینکه نظریه‌های پیش از نسبیت عام به طریق مناسبی صورت بندی شده باشد، و ۲- هم‌وردایی عام، به خودی خود دارای هیچ محتوای فیزیکی‌ای نیست (Pooley, 2010: 197).

نکته جالبی که در مورد نظریه نسبیت عام وجود دارد این است که در مورد اینکه کدام اصول، مبین ویژگی متمایز کننده است اختلاف نظر وجود دارد، و با اینکه در ابتدا توافق با اینشتین در مورد اصول بسیار زیاد بود، با گذشت زمان، اختلاف با اینشتین در مورد اصولی که خود، آنها را به عنوان اصول نظریه‌اشمی پنداشت در حال افزایش است. نکته اینجا است که این اختلاف‌ها صرفاً در انتخاب بهترین روش برای بازسازی اصول و قضایا یا روشن کردن برخی مواضع در صورت بندی اصول نیست «صداهای مخالف اعلام می‌کنند که اینشتین در مورد اندیشه‌های بنیادی نظریه خود در اشتباه بود و اصول پایه‌ای که اینشتین پیشنهاد کرد واقعاً با نظریه او ناسازگار است» (Norton, 1993: 794). آنچه وضعیت را پیچیده تر می‌کند، تغییر موضع خود اینشتین بوده است. اینشتین در مواضع مختلف، اصل هم‌ارزی، اصل ماکس و اصل نسبیت را به عنوان اصول سه‌گانه مبانی نظریه خود معرفی کرده است، و مساله این است که تاکید وی در مورد آنها تغییر کرده است (ibid).

البته اینشتین، بنابه اظهار نظر خود، همواره میان دو اصل نسبیت و اصل ماکس تمایز روشنی قائل نبود، «همچنین او به طور کامل، اشتیاق خود را به اصل ماکس از دست داد و در دوران انتهای عمر خود آن را کنار گذاشت» (ibid). با اینکه در مورد اصل هم‌ارزی اختلاف زیاد است، به طوری که اندرسون (Anderson) و گاترو (Gatreau) اظهار می‌دارند که تقریباً به تعداد نویسندگان هابی که در مورد آن نوشته‌اند اصل هم‌ارزی داریم (Anderson & Gatreau, 1969: 1656). بزرگترین مشاجره، در مورد اصل نسبیت و تعبیر آن بوده است (ibid). نکته مهمی که باید در اینجا به آن اشاره کنیم این است که هنگامی که اینشتین در ۱۹۱۵ نظریه نسبیت عام خود را صورت بندی کرد، چنین می‌پنداشت که به نقطه اوج جستجوی خود در ارائه یک نظریه هم‌وردای عام رسیده است، و به سرعت برداشت غالب در مورد نظریه نسبیت عام این شد که این یگانه دستاورد آن است (Norton, 2003: 110). در ۱۹۱۷ اریک کرشمان (Erich Kretschmann) اظهار داشت که هیچ محتوای فیزیکی‌ای در خواسته اینشتین در مورد هم‌وردایی عام وجود ندارد؛ اکنون، این مخالفت به جریان غالب تبدیل شده است (ibid).

سوالات مهمی در اینجا وجود دارد. آیا نظریه نسبیت عام توسعه اصل نسبیت به حرکت شتاب دار است؟ آیا این توسعه را «هم‌وردایی عام» قوانین آن فراهم می‌کند؟ یک ویژگی شناخته شده نظریه نسبیت عام این است که چارچوب دستگاه مختصات مرجحی ندارد، با

توجه به این امر، آیا این ویژگی معادل است با «هم‌وردایی عام» یا «ناوردایی دیفیئومورفیزم» (diffeomorphism invariant)؟ در این بخش می‌کوشیم به این پرسش اخیر پاسخ دهیم. برای اینکه پاسخ پرسش فوق را بیابیم، ابتدا باید ببینیم معنای هم‌وردایی عام چیست. در اینجا این امر ضمن بررسی دو دیدگاه در مورد چستی تمایز نسبت عام با نظریه‌های پیشین صورت می‌گیرد. دیدگاه اول، دیدگاه اندرسون - فریدمن در مورد عدم وجود شیء مطلق در نظریه نسبیت عام است، و دیدگاه دوم دیدگاه ارمن است که بر وجود قیدی تأکید دارد که نوعی تقارن پیمانه‌ای است که نظریه‌های پیش از نسبیت عام واجد آن نیست. ابتدا، به بیان دیدگاه فریدمن - اندرسون می‌پردازیم (البته ارائه ما در اینجا از کتاب فریدمن است).

۱.۳ دیدگاه اندرسون - فریدمن

برای معرفی دیدگاه اندرسون - فریدمن ابتدا لازم است که مفهوم شیء هندسی را در این دیدگاه توضیح دهیم؛ زیرا بیان این دیدگاه مبتنی بر مفهوم شیء هندسی است.

۱.۱.۳ شیء هندسی

اندرسون معتقد است که تمام اشیای هندسی باید شرطی محوری را برآورده سازد. این شرط، فراهم کردن مبنای تحقق (realization) از گروه نگاشت خمینه‌ای (the manifold mapping group) است. تحت نگاشتی از این گروه، شیء‌ای هندسی چون Θ ، دستخوش یک تبدیل قرار می‌گیرد، و به شیء هندسی دیگری چون Θ' تبدیل می‌شود. به طور کلی، اگر شیء Θ شیء‌ای هندسی باشد، باید شرایط زیر را برآورده کند (Anderson, 1967: 14):

۱. اگر نگاشتی که با توابع $x'^{\mu}(x)$ معین می‌شود Θ را به Θ' تبدیل کند و نگاشتی که با توابع $x''^{\mu}(x)$ معین می‌شود Θ را به Θ'' تبدیل کند، در این صورت، تحت نگاشتی که با توابع $x''^{\mu}(x')$ معین می‌شود Θ' به Θ'' تبدیل می‌شود.
۲. Θ ، تحت نگاشت این همانی، به خودش تبدیل می‌شود.
۳. اگر Θ تحت نگاشتی به Θ' تبدیل شود، تحت نگاشت معکوس این نگاشت، Θ' به Θ تبدیل می‌شود (ibid).

فریدمن هم وردایی عام را خصوصیت هر نظریه ای می داند که بتوان آن را مستقل از مختصات صورت بندی کرد. «یک نظریه هم وردای عام خواهد بود دقیقاً در حالتی که بتوان صورت بندی ای ذاتی (intrinsic) یا مستقل از مختصات از آن ارائه کرد. تنها نظریه های به طور عام هم وردا، به ما توصیفی ذاتی از فضا - زمان می دهد» (Friedman, 1983: 54).

وی تصریح می کند که «اصل هم وردایی عام ابدأً هیچ محتوایی ندارد؛ این اصل هیچ نظریه ای را معین نمی کند، بلکه صرفاً تعهد ما را به سبک معینی از صورت بندی نظریه ها بیان می کند. به همین دلیل، هم وردایی عام، به هیچ وجه، امری در مورد نسبیّت حرکت را محقق نمی کند. فضا-زمان ساده $E^3 \times \mathbb{R}$ که در آن مفاهیم معناداری از حرکت مطلق به هر معنی ممکن (سکون، سرعت، شتاب و مانند آنها) وجود دارد، می تواند به شکل توصیفی مستقل از مختصات (و بنابراین، هم وردای عام)، دقیقاً به همان آسانی فضا-زمان نسبیّت عام داده شود» (ibid: 54-55).

معمولاً، به هر نظریه فضا-زمانی گروهی از تبدیلات نسبت داده می شود که باور بر این است که این گروه معین کننده ویژگی نظریه است و نظریه تحت این گروه تبدیلات، ناوردا باقی می ماند. در اینجا، مفاهیم ناوردا (invariant) و هم وردا (covariance) موجب ابهام بسیار شده است. اغلب، گروه های تقارنی را بیان کننده اصول نسبیّت تلقی کرده اند؛ یعنی، گروه تقارنی گالیه ای و گروه تقارنی لورنتسی را مبنی نسبیّت حرکت لخت یا غیر شتابدار می دانند؛ «این واقعیت که حالات مختلف حرکت لخت، معادل یا غیرقابل تمایز است (اصل خاص با گسترش این غیرقابل تمایز بودن به پدیده های الکترومغناطیسی، فراتر از اصل گالیه ای می رود)» (ibid: 46-47).

فریدمن به دو طریق هم وردایی عام را برای معادلات تعریف می کند؛ فعال (active) و منفعل (passive). برای توضیح این مطلب ابتدا باید مدل های دینامیکی ممکن را توضیح دهیم که این کار را بر اساس (Friedman, 1983:48-53) انجام می دهیم.

هر نظریه فضا-زمانی رده ای از مدلها را به صورت (M, O_1, \dots, O_n) توصیف می کند، که اینها در واقع میدان های تانسوری است که به هر نقطه از فضا - زمان یک تانسور نسبت می دهد. در اینجا، اشیای هندسی دیگری هم وجود دارد، اما، مابیشتر با میدان های تانسوری مواجهیم. برای سادگی، فرض کنید که مدلها فوق به شکل (M, Φ, Θ) است. معادلات میدان نظریه های فضا-زمانی، معادلاتی است که در آنها مقادیر

اشیای هندسی، که اعدادی حقیقی است، در یک بازه صفر است. این امر را می‌توان به صورت معادله زیر، که معادله ای مستقل از مختصات است، بیان کرد.

$$\mathcal{F}(\Phi, \Theta) = 0 \quad (1)$$

فرض کنید که Φ تانسور مرتبه (k, l) و Θ تانسور مرتبه (m, n) باشد، در این صورت، در دستگاه مختصات $\langle x^\mu \rangle$ ، معادله فوق، به معادله زیر (که معادله ای وابسته به مختصات است) تبدیل می‌شود.

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}^{\mathcal{F}}((\Phi^\alpha)_{\langle x^\mu \rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle x^\mu \rangle}) = 0$$

که برای میدان های تانسوری در دستگاه مختصات $\langle x^\mu \rangle$ ، Φ به صورت $\Phi^{\mu_1 \dots \mu_k}_{v_1 \dots v_l}$ و Θ به صورت $\Theta^{\mu_1 \dots \mu_m}_{v_1 \dots v_n}$ است، و رابطه فوق به صورت زیر خواهد بود.

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}^{\mathcal{F}}((\Phi^{\mu_1 \dots \mu_k}_{v_1 \dots v_l})_{\langle x^\mu \rangle}, (\Theta^{\mu_1 \dots \mu_m}_{v_1 \dots v_n})_{\langle x^\mu \rangle}) = 0$$

این معادله دیفرانسیلی است که مشخص کننده رده ای از مدلها است که نظریه آنها را انتخاب می‌کند، و اندیس $\langle x^\mu \rangle$ نشان دهنده این است که مولفه های این اشیا هندسیدر مختصات $\langle x^\mu \rangle$ بیان شده است. می‌توان (1) را در دستگاه مختصات دیگری چون $\langle y^\mu \rangle$ هم نشان داد؛ در این صورت، معادله زیر را خواهیم داشت.

$$\mathcal{D}_{\langle y^\mu \rangle}^{\mathcal{F}}((\Phi^\alpha)_{\langle y^\mu \rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle y^\mu \rangle}) = 0$$

که برای میدان های تانسوری رابطه فوق به صورت زیر خواهد بود.

$$\mathcal{D}_{\langle y^\mu \rangle}^{\mathcal{F}}((\Phi^{\mu_1 \dots \mu_k}_{v_1 \dots v_l})_{\langle y^\mu \rangle}, (\Theta^{\mu_1 \dots \mu_m}_{v_1 \dots v_n})_{\langle y^\mu \rangle}) = 0$$

به عنوان مثال، معادله ژئودزیک را در نظر بگیرید. شکل ذاتی یا مستقل از مختصات این معادله به صورت زیر است.

$$D_{T_\sigma} T_\sigma = 0 \quad (2)$$

که اگر به شکل معادله (1) نوشته شود به معادله زیر تبدیل خواهد شد.

$$\mathcal{F}(D, T_\sigma) = 0$$

در این صورت، در یک مختصات دلخواه، بردار مماس بر منحنی $\sigma(t)$ به صورت $V^\mu = \frac{d(x^\mu \circ \sigma)}{dt}$ است (که این را معمولاً با $\frac{dx^\mu}{dt}$ نشان می‌دهند) و در همان مختصات، معادله (۲) به صورت زیر است.

$$\frac{d^2x^\mu}{dt^2} + \Gamma_{\rho\sigma}^\mu \frac{dx^\rho}{dt} \frac{dx^\sigma}{dt} = 0 \quad (3)$$

یا

$$\frac{dV^\mu}{dt} + \Gamma_{\rho\sigma}^\mu V^\rho V^\sigma = 0 \quad (3)'$$

اگر این فضا - زمان تخت باشد، در دستگاه مختصات لختی چون $\langle z^\mu \rangle$ ، در همسایگی نقطه ای چون $\Gamma_{\rho\sigma}^\mu = 0$ ، استو بنابرین، در این دستگاه مختصات، معادله (2) با معادلات زیر بیان می شود.

$$\frac{d^2z^\mu}{dt^2} + \Gamma_{\rho\sigma}^\mu \frac{dz^\rho}{dt} \frac{dz^\sigma}{dt} = 0, \quad \Gamma_{\rho\sigma}^\mu = 0 \Rightarrow \frac{d^2z^\mu}{dt^2} = 0 \quad (4)$$

یا

$$\frac{dV^\mu}{dt} + \Gamma_{\rho\sigma}^\mu V^\rho V^\sigma = 0, \quad \Gamma_{\rho\sigma}^\mu = 0 \Rightarrow \frac{dV^\mu}{dt} = 0$$

که در آن $V^\mu = \frac{dz^\mu}{dt}$. به این ترتیب، معادله (3) دقیقاً همان رده ای از مدلها را معین می کند که معادله (4) مشخص می کند. یعنی، هنگامی که یک معادله مستقل از مختصات به شکل (2) داریم (یعنی معادله ای که به شکل ذاتی (intrinsic) بیان شده است) در هر دستگاه مختصاتی که نمایش داده شود رده مدلهای یکسانی را معین می کند.^۷ اما، اگر ما ابتدا از معادله (4) به شکل $\frac{d^2z^\mu}{dt^2} = 0$ شروع کنیم و این تقاضا را داشته باشیم که شکل معادلات در مختصات دیگری چون $\langle x^\mu \rangle$ هم به همین شکل باشد، یعنی، رابطه زیر برقرار باشد

$$\frac{d^2x^\mu}{dt^2} = 0 \quad (5)$$

در این صورت، رده مدل هایی که معادله (4) معین می کند با رده مدل هایی که (5) معین می کند یکسان نخواهد بود. در اینجا، ما از معادلات در یک دستگاه مختصات شروع کردیم (معادله ای که به شکل عرضی (extrinsic) بیان شده است) ولی اگر بخواهیم شکل معادله یکسان باقی بماند، مدل هایی که این شکل های یکسان معین می کند یکسان نخواهد بود.

با این توضیحات به تعریف هم وردایی معادلات می پردازیم.

فرض کنید که معادلات دیفرانسیلی چون $\mathcal{D}(\Phi^{\mu_1 \dots \mu_k}_{v_1 \dots v_1}, \Theta^{\mu_1 \dots \mu_m}_{v_1 \dots v_n}) = 0$ در \mathbb{R}^4 داده شده است و نسبت به مختصات $\langle x^\mu \rangle$ ، این سیستم از معادلات رده ای چون $\langle M, \Phi, \Theta \rangle$ از مدل‌ها را معین می‌کند. این دستگاه معادلات را تحت تبدیلات مختصات، که در آن مختصات $\langle x^\mu \rangle$ به مختصات $\langle y^\mu \rangle$ تبدیل می‌شود هم وردا (covariant) می‌گویند هرگاه در دستگاه $\langle y^\mu \rangle$ نیز معادله فوق همان رده از مدل‌ها را معین کند. یعنی، به ازای هر Φ و Θ عضو M :

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((\Phi^{\mu_1 \dots \mu_k}_{v_1 \dots v_1})_{\langle x^\mu \rangle}, (\Theta^{\mu_1 \dots \mu_m}_{v_1 \dots v_n})_{\langle x^\mu \rangle}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle y^\mu \rangle}((\Phi^{\mu_1 \dots \mu_k}_{v_1 \dots v_1})_{\langle y^\mu \rangle}, (\Theta^{\mu_1 \dots \mu_m}_{v_1 \dots v_n})_{\langle y^\mu \rangle}) = 0 \quad (6)$$

که این را به طور مختصر می‌توان به صورت زیر بیان کرد که برای تمام اشیای هندسی (مورد بحث) برقرار است.

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((\Phi^\alpha)_{\langle x^\mu \rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle x^\mu \rangle}) = 0 \Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle y^\mu \rangle}((\Phi^\alpha)_{\langle y^\mu \rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle y^\mu \rangle}) = 0 \quad (6)'$$

در این صورت، گروه هم‌وردایی (covariance group) برای یک نظریه، بزرگترین زیر گروه از گروه تبدیلات مختصات است که هر تبدیل عضو این زیر گروه، شرط فوق را برآورده کند.

اما، اکنون دستگاهی از معادلات را به شکل زیر در نظر بگیرید.

$$\mathcal{D}(\Phi^{\mu_1 \dots \mu_k}_{v_1 \dots v_1}, \Theta^{\mu_1 \dots \mu_m}_{v_1 \dots v_n}) = 0$$

در دستگاه مختصات $\langle x^\mu \rangle$ ، معادلات فوق به شکل زیر خواهد بود.

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((\Phi^{\mu_1 \dots \mu_k}_{v_1 \dots v_1})_{\langle x^\mu \rangle}, (\Theta^{\mu_1 \dots \mu_m}_{v_1 \dots v_n})_{\langle x^\mu \rangle}) = 0$$

همان طور که اشاره کردیم، این دستگاه معادلات، رده ایاز مدل‌ها را به شکل $\langle M, \Phi, \Theta \rangle$ ، نسبت به دستگاه مختصات $\langle x^\mu \rangle$ ، معین می‌کند. این معادلات، تحت تبدیل دیفیئومورفیسمی^۱ در خمینه چون h هم وردا است هرگاه $\langle M, h^*\Phi, h^*\Theta \rangle$ هم، در دستگاه مختصات $\langle x^\mu \rangle$ ، مدلی برای نظریه باشد.

اکنون، تبدیل مختصاتی چون $\langle x^\mu \rangle \rightarrow \langle y^\mu \rangle$ را در نظر بگیرید. این تبدیل، منجر به تبدیلی چون $M \rightarrow Mh$ در خمینه می‌شود (خود ریختی) که بر اساس آن، مقدار شیء هندسی ای چون Φ به $h^*\Phi$ تبدیل می‌شود و مقدار Φ در p در مختصات $\langle y^\mu \rangle$ برابر خواهد با مقدار $h^*\Phi$ در $h(p)$ در مختصات $\langle x^\mu \rangle$ ، یعنی:

$$(h^*\Phi)_{\langle x^\mu \rangle}(p) = (\Phi)_{\langle y^\mu \rangle}(h(p))$$

اکنون، فرض کنید که $\mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((\Phi^{\mu_1 \dots \mu_k})_{v_1 \dots v_1}, (\Theta^{\mu_1 \dots \mu_m})_{v_1 \dots v_n}) = 0$ از معادلات دیفرانسیل است. که در واقع، معادلات دیفرانسیل حاصل از معادلات میدان یا معادلات حرکت نظریه است که در دستگاه مختصات $\langle x^\mu \rangle$ بیان شده است. این دستگاه معادلات را، که مدلی چون $\langle M, \Phi, \Theta \rangle$ را معین می کند، تحت تبدیل خمینه \square ، هم بردای عام گویند هرگاه $\langle M, h^* \Phi, h^* \Theta \rangle$ نیز، نسبت به $\langle x^\mu \rangle$ مدلی را معین کند. به عبارت دیگر، هرگاه رابطه زیر برقرار باشد.

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((\Phi^{\mu_1 \dots \mu_k})_{v_1 \dots v_1}, (\Theta^{\mu_1 \dots \mu_m})_{v_1 \dots v_n}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}(((h^* \Phi)^{\mu_1 \dots \mu_k})_{v_1 \dots v_1}, ((h^* \Theta)^{\mu_1 \dots \mu_m})_{v_1 \dots v_n}) = 0$$

اما از مطالب گفته شده می توان ملاحظه کرد که

$$\begin{aligned} & \mathcal{D}_{\langle y^\mu \rangle}((\Phi^{\mu_1 \dots \mu_k})_{v_1 \dots v_1}, (\Theta^{\mu_1 \dots \mu_m})_{v_1 \dots v_n})|_p \\ &= \mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}(((h^* \Phi)^{\mu_1 \dots \mu_k})_{v_1 \dots v_1}, ((h^* \Theta)^{\mu_1 \dots \mu_m})_{v_1 \dots v_n})|_{h(p)} \end{aligned}$$

که در آن $y^\mu = x^\mu \circ h$ بنابراین، هر دو بیان معادل است. زیرا، اگر از صورت مختصرتر رابطه (6) یعنی رابطه (6) استفاده کنیم خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((\Phi^\alpha)_{\langle x^\mu \rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle x^\mu \rangle})|_p = 0 & \Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle y^\mu \rangle}((\Phi^\alpha)_{\langle y^\mu \rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle y^\mu \rangle})|_p = 0 \\ &= \mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((h^* \Phi^\alpha)_{\langle x^\mu \rangle}, (h^* \Theta^\beta)_{\langle x^\mu \rangle})|_{h(p)} \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((\Phi^\alpha)_{\langle x^\mu \rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle x^\mu \rangle})|_p = 0 \Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((h^* \Phi^\alpha)_{\langle x^\mu \rangle}, (h^* \Theta^\beta)_{\langle x^\mu \rangle})|_{h(p)} = 0$$

باید بر این نکته تأکید کنیم که هم وردا بودن معادلات نظریه به چگونگی صورت بندی نظریه هابستگی دارد. به بیان دیگر، می توان گفت با اینکه معادلات صورت بندی های استاندارد مکانیک نیوتنی و نسبیت خاص هم بردای عام نیستند، ولی می توان با صورت بندی مناسب آنها، به معادلاتی رسید که به معنی ای که گفته شد هم بردای عام هستند. بنابراین «گروه هم بردایی» تمام این نظریه ها یکی است. این گروه، گروه تمام تبدیلات قابل قبول مختصات است.

به این ترتیب، روشن است که هم بردایی عام معادلات نظریه، معادل با اصل نسبیت عام حرکت نیست. یعنی گزاره های (1) و (2)، که به صورت زیر بیان شده اند، با هم معادل نیستند.

۱. معادلات نظریه هم‌وردای عام هستند.

۲. اصل نسبیت عام (general principle of relativity): تمام حالات حرکت؛ یعنی، حرکت‌های شتابدار (اعم از حرکت دورانی و غیر دورانی) و بدون شتاب، غیر قابل تمایز (indistinguishable) یا معادل (equivalent) هستند (اصل نسبیت عام).

بنابراین، روشن است که گروه هم‌وردایی، ابزار مناسبی برای بیان تمایز میان نظریه‌های نسبیت عام، نسبیت خاص، الکترومغناطیس و مکانیک نیوتنی نیست. اکنون به بیان پیشنهادی می‌پردازیم که جیمزال. اندرسون آن را ارائه داده است.

۳. تعریف اندرسون در مورد گروه تقارنی

پیشنهاد اندرسون برای بیان این تمایز مبتنی بر مفهوم گروه تقارنی (symmetry group) یا گروه ناوردایی (invariance group) است.

فرض کنید که Θ شیء ای هندسی باشد (میدانی تانسوری) در این صورت، همان‌طور که گفته شد، مقدار تابع h^* در نقطه $h(p)$ در مختصات $\langle x^{\mu} \rangle = \langle x^{\mu} \circ h \rangle$ برابر است با مقدار Θ در نقطه p در مختصات $\langle x^{\mu} \rangle$. اگر تحت دیفیئومورفیسمی (خودریختی ای) $h^* \Theta = \Theta$ باشد، یعنی، مقدار تابع Θ ، در نقطه $h(p)$ در مختصات $\langle x^{\mu} \rangle = \langle y^{\mu} \rangle$ برابر باشد با مقدار Θ در نقطه p در مختصات $\langle x^{\mu} \rangle$ ، آنگاه می‌گویند که این تبدیل «تقارنی» برای Θ است یا Θ را «ناوردا» نگاه می‌دارد (Friedman, 1983: 359-360).

۲.۳ گروه تقارنی

گروه تقارنی یک نظریه، بزرگترین زیر گروه از گروه تمام تبدیلات قابل قبول (خود ریختی‌ها یا دیفیئومورفیسم‌ها) آن نظریه است که اشیای هندسی معینی را، که متعلق به نظریه است، ناوردا نگاه می‌دارد (اشیایی که به هر یک از آنها شیء مطلق می‌گویند). به این ترتیب، می‌توان نشان داد که گروه تقارنی مکانیک نیوتنی گروه گالیله ایاست، که زیر مجموعه سره ای از گروه تمام تبدیلات قابل قبول \mathcal{M} است، گروه تقارنی نسبیت خاص گروه لورنتساست، که این گروه نیز، زیرمجموعه سره ای از گروه تمام تبدیلات قابل قبول \mathcal{M} است، و گروه تقارنی نسبیت عام گروه تمام تبدیلات قابل قبول است؛ یعنی، \mathcal{M} است.

نکته اساسی در رویکرد اندرسون در تمایز میان شیء مطلق و شیء دینامیکی است (ibid: 56). اشیای مطلق نظریه (مثل متریک نسبیت خاص)، اشیایی است که تحت تاثیر

برهمکنش‌هایی که نظریه توصیف می‌کند، قرار نمی‌گیرد. اینها، در واقع، «چارچوب پس زمینه ای» (background framework) است که در آن برهمکنش‌ها صورت می‌پذیرد (ibid: 56-57). در مقابل، اشیای دینامیکی (مثل متریک نسبیت عام) اشیایی است که از برهمکنش اشیای دیگر متأثر می‌شود. مثلاً، در مورد متریک نسبیت عام، این شیء هندسی دینامیکی، از تانسور انرژی-اندازه حرکت متأثر می‌شود (ibid: 57). فریدمن تلاش می‌کند تا تعریف دقیقی از شیء مطلق ارائه دهد. تعریف او را با ارائه تعریف دیگری از هم‌وردایی عام (تعریف ارمن) یکنظره بیان می‌کنیم.

۳.۳ هم‌وردایی عام، دیدگاه‌های فریدمن و ارمن

نظریه T هم‌وردایی عام است هرگاه اگر $\langle M, O_1, \dots, O_n \rangle$ مدلی از نظریه باشد، در آن صورت، به ازای هر $p \in M$ ، و همسایگی ای چون A از نقطه p و تبدیلی^۹ چون $h: A \rightarrow B$ که در آن، B نیز همسایگی ای از نقطه p است، $\langle M, h^*O_1, \dots, h^*O_n \rangle$ نیز مدل T در $A \cap B$ باشد (ibid: 58).

نکته مهم، در اینجا، این است که معکوس مطلب فوق همواره برقرار نیست؛ یعنی، اگر $\langle M, O_1, \dots, O_n \rangle$ و $\langle M, \Theta_1, \dots, \Theta_n \rangle$ دو مدل برای نظریه ای چون T باشد، آنگاه چنین نیست که همواره دیفیئومورفیسمی (خودریختی ای) چون h وجود داشته باشد که رابطه $\Theta_i = h^*O_i$ برقرار باشد. این وضعیت، هنگامی برقرار است که رابطه زیر تحقق یابد. هم ارزی D :

هرگاه $\langle M, O_1, \dots, O_n \rangle$ و $\langle M, \Theta_1, \dots, \Theta_n \rangle$ دو مدل از نظریه ای چون T باشد، آنگاه به ازای هر نقطه از M چون p ، همسایگی‌هایی چون A و B از این نقطه و تبدیلی (دیفیئومورفیسمی یا خودریختی ای) چون $h: A \rightarrow B$ وجود دارد به طوری که $\Theta_i = h^*O_i$ در $A \cap B$ برقرار باشد (ibid).

اگر رابطه فوق بین O_i و Θ_i برقرار باشد، این دو را D -هم‌ارز می‌نامیم. به این ترتیب، می‌توان شیء مطلق یک نظریه را به صورت زیر تعریف کرد.

O_i شیء مطلق نظریه فضا - زمانی T است، هرگاه اگر (M, O_1, \dots, O_n) و $(M, \Theta_1, \dots, \Theta_n)$ دو مدل T باشد، آنگاه O_i و Θ_i هم‌ارز باشد (ibid: 60).

به این ترتیب، می‌توان گفت که گروه تقارنی نظریه فضا - زمانی، زیر گروهی از تبدیلات خمینه ای است که تحت تبدیلات عضو آن شیء مطلق نظریه ناوردا بماند. با توضیحاتی که در مورد رویکرد اندرسون - فریدمن، در مورد هم‌وردایی عام و شیء مطلق، بیان کردیم، اکنون به بیان دیدگاه ارمن در مورد هم‌وردایی عام و تمایز نسبی عام با سایر نظریه‌های فضا - زمانی می‌پردازیم.

ارمن میان دو نوع هم‌وردایی عام تمایز قائل می‌شود؛ یکی هم‌وردایی عام صوری (formal general covariance) دوم هم‌وردایی عام جوهری (substantive general covariance). هم‌وردایی عام صوری ویژگی ای است که نظریه‌های فضا - زمانی پیش از نسبییت عام نیز واجد آن است؛ یعنی، هم‌مکانیک نیوتنی و هم‌نسبییت خاص این ویژگی را دارد. بنابراین، هم‌وردایی عام صورینمی‌تواند متمایز کننده نسبییت عام از نظریه‌های دیگر باشد. اما، هم‌وردایی عام جوهری، ویژگی ای است که، در میان این نظریه‌ها، صرفاً نسبییت عام واجد آن است؛ بنابراین، این ویژگی متمایز کننده نسبییت عام از نظریه‌های مذکور است. ارمن، هم‌وردایی عام جوهری را به صورت زیر بیان می‌کند.

«فرض کنید که h یک دیفئومورفیسم باشد (یعنی، نگاشتی یک به یک و پوششی از M به روی خودش)، آنگاه نظریه ای فضا - زمانی هم‌وردایی عام جوهری را برآورده می‌کند دقیقاً در حالتی که (i) اگر (M, O_1, \dots, O_n) قوانین نظریه را برآورده کند، آنگاه به ازای $h \in \text{diff}(M)$ ، $(M, h^*O_1, \dots, h^*O_n)$ نیز قوانین نظریه را برآورده کند که در آن h^*O_i به معنی جابجایی O_i با h است و (ii) این ناوردایی دیفئومورفیسم یک تقارن پیمانه ای (gauge symmetry) نظریه باشد؛ یعنی، (M, O_1, \dots, O_n) و $(M, h^*O_1, \dots, h^*O_n)$ توصیفات از وضعیت فیزیکی یکسانی باشد. بنابراین، هم‌وردایی عام جوهری مستلزم وجود افزونگی توصیفی ثانویه است» (Earman, 2006: 4-5).

دلیل اینکه ارمن از افزونگی ثانویه سخن می‌گوید این است که افزونگی اولیه ای وجود دارد و آن ناوردایی دیفئومورفیسم است که شرط اول بیانگر آن است. نکته دیگری که باید به آن توجه داشت این است که تقارن پیمانه ای بودن ناوردایی دیفئومورفیسم، تنها در

مورد نسبیت عام برقرار است و نظریه های پیشین، اگرچه واجد ویژگی ناوردایی دیفئومورفیسم است، ولی این ناوردایی دیفئومورفیسم، در عین حال، تقارن پیمانه ای نیست.

۴. مقایسه دو دیدگاه

پیش از بیان تمایز دو دیدگاه باید تاکید کنیم که با وجود اینکه شیء مطلق برنامه اندرسون – فریدمن را ابتدا اندرسون معرفی کرده است، دیدگاه فریدمن (Friedman, 1973) (Friedman, 1983) با دیدگاه اندرسون تفاوت هایی دارد (Pitts, 2007). آنچه ما، در اینجا، به عنوان تعریف شیء مطلق معرفی کرده ایم مبتنی بر تعلق فریدمن است.

با در نظر گرفتن دو دیدگاه فوق می توان تمایز این دو دیدگاه را با تعریف شیء هندسی ناوردا و تمایز آن با شیء مطلق روشن نمود. شیء هندسی ناوردا را با تعریف تبدیل تقارنی ای که تحت آن شیء هندسی ناوردا می ماند تعریف می کنیم.

۱.۴ تبدیل تقارنی^{۱۱} (symmetry transformation)

تبدیل دیفئومورفیسم h را یک تبدیل تقارنی شیء هندسی Θ می نامیم هرگاه $h^*\Theta = \Theta$ ؛ یعنی، هرگاه h ، Θ را ناوردا نگاه دارد.

۲.۴ شیء ناوردا

شیء هندسی Θ را ناوردا می نامیم هرگاه هر عضو از گروه تبدیلات دیفئومورفیسم، یک تبدیل تقارنی برای Θ باشد؛ یعنی، اگر شیء هندسی Θ ناوردا باشد، آنگاه اگر $h \in \text{diff}(M)$ که در این صورت، $h^*\Theta = \Theta$.

آنچه باید، اینجا، مورد توجه قرار گیرد این است که مفهوم شیء مطلق در رویکرد فریدمن، به نظریه ای بستگی دارد که شیء مطلق در آن، با توجه به مدل های نظریه، تعریف می شود. اما، مفهوم شیء هندسی ناوردا به نظریه خاصی بستگی ندارد و با توجه به تبدیلات دیفئومورفیسم خمینه ای که در آن نظریه فضا-زمانی صورت بندی می شود، که در اینجا یک خمینه چهار بعدی دیفرانسیل پذیر با متریک لورنتسی است، تعریف می شود.

اگر ما موضع فریدمن را بپذیریم (البته باید توجه داشت که در این موضع مناقشه شده است به عنوان مثال، به (Pitts, 2006) و (Maidens, 1998) مراجعه کنید)، تمایز نسبیّت عام با نظریه های دیگر در عدم وجود شیء مطلق است. بنابراین، اگر $\langle M, O_1, \dots, O_n \rangle$ مدلی از نظریه ای نسبیّت عام باشد، چون هیچ کدام از O_1, \dots, O_n شیء مطلق نیست و همه آنها اشیای دینامیکی است، در معادلات نظریه ظاهر می شود، اما همانطور که نشان داده شده معادلات صورت بندی های مناسب نظریه های فضا - زمانی، اگر معادلات نظریه به شکل ذاتی (intrinsic) یا مستقل از مختصات صورت بندی شده باشد (که نسبیّت عام به طریق اولی چنین است)، به مفهومی که گفته شد هم وردای عام است؛ بنابراین، به ازای هر $h \in \text{diff}(M)$ داریم:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((O_1)_{\langle x^\mu \rangle}, \dots, (O_n)_{\langle x^\mu \rangle})|_p = 0 &\Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle y^\mu \rangle}((O_1)_{\langle y^\mu \rangle}, \dots, (O_n)_{\langle y^\mu \rangle})|_p = 0 \\ &= \mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((h^*O_1)_{\langle x^\mu \rangle}, \dots, (h^*O_n)_{\langle x^\mu \rangle})|_{h(p)} \end{aligned}$$

که در آن $y^\mu = x^\mu \circ h$

یا

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((O_1)_{\langle x^\mu \rangle}, \dots, (O_n)_{\langle x^\mu \rangle})|_p = 0 \Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((h^*O_1)_{\langle x^\mu \rangle}, \dots, (h^*O_n)_{\langle x^\mu \rangle})|_{h(p)} = 0$$

یعنی $\langle M, h^*O_1, \dots, h^*O_n \rangle$ نیز مدلی از نظریه است که همان وضعیت فیزیکی را توصیف می کند. ————— بیهی ترتیب، $\langle M, O_1, \dots, O_n \rangle$ و $\langle M, h^*O_1, \dots, h^*O_n \rangle$ توصیف کننده یک وضعیت فیزیکی است؛ یعنی، این ناوردایی دیفئومورفیسم، تقارن پیمانه ای است. بنابراین، اگر شرط فریدمن را بپذیریم شرط ارمن مبنی بر تقارن پیمانه ای بودن ناوردایی دیفئومورفیسم برآورده می شود. پس، اگر نظریه ای واجد شیء مطلق نباشد، هرگاه $\langle M, O_1, \dots, O_n \rangle$ مدلی برای نظریه باشد، که در نقطه p و در مختصات $\langle x^\mu \rangle$ بیان می شود، صرفاً از ساختار ریاضیخیمینه به این نتیجه می رسیم که $\langle M, h^*O_1, \dots, h^*O_n \rangle$ نیز مدلی برای نظریه است که در نقطه $h(p)$ و در مختصات $\langle x^\mu \rangle$ بیان می شود. این به معنی آن است که نمی توان بین دو مدل فوق تمایزی نهاد و نظریه نمی تواند تمایزی میان نقاط p و $h(p)$ ایجاد کند؛ به این معنی که بر اثر تأثیر تابع h بر خمینه نقاط p و $h(p)$ غیرقابل تمایز است.

اما اکنون فرض کنید که نظریه ما واجد شیء مطلقى چون θ است که تحت زیر مجموعه سره ای (proper subgroup) چون H از $\text{diff}(M)$ ناوردا است. در این صورت، اگر $\langle M, \theta, O_1, \dots, O_n \rangle$ مدلی از نظریه باشد، صرفاً طبق ساختار خمینه

مختصات $\langle x^H \rangle$ برقرار است. هم مدلی از خمینه خواهد بود و بنابراین، رابطه زیر در

$$\langle M, \theta, O_1, \dots, O_n \rangle | p = \langle M, h^* \theta, h^* O_1, \dots, h^* O_n \rangle | h(p) \quad (7)$$

پس، از طرفی، اگر $\langle M, h^* \theta, h^* O_1, \dots, h^* O_n \rangle$ را به نظریه مورد بحث مربوط کنیم $h^* O_n, \dots, h^* O_1$ دقیقاً همان معادلاتی را در $h(p)$ نتیجه می دهد که O_n, \dots, O_1 در p نتیجه می دهد. اما، نکته مهم این است که $h^* \theta = \theta$ به ازای دیفئومورفیسم هایی که عضو زیر مجموعه H نیست برقرار نیست. از طرف دیگر، اگر θ شیء مطلق باشد، آنگاه باید رابطه زیر برقرار باشد.

$$\langle M, \theta, O_1, \dots, O_n \rangle | p = \langle M, \theta, h^* O_1, \dots, h^* O_n \rangle | h(p) \quad (8)$$

اما این رابطه به ازای $h \notin H$ برقرار نیست. یعنی، نظریه قیدی بر مدل ها وارد می کند که تنها زیر گروهی از تبدیلات دیفئومورفیسم قابل قبول است که $h^* \theta = \theta$ ؛ یعنی، رابطه بالا تنها به ازای $h \in H$ برقرار است که این بیان کننده گروه تقارنی نظریه است.

اکنون فرض کنید که نظریه ای (مثلاً نسبت عام) واجد شیء مطلق باشد که در عین حال این شیء مطلق، شیء هندسی ناوردا است. همچنین فرض کنید که $\langle M, \theta, O_1, \dots, O_n \rangle$ مدلی از نظریه است که در آن شیء هندسی مطلق و ناوردا است. در این صورت، چون معادلات نظریه (با فرض صورت بندی مناسب) هم وردای عام است $\langle M, \theta, O_1, \dots, O_n \rangle$ دقیقاً همان معادلاتی را برآورده می کند که $M, h^* \theta, h^* O_1, \dots, h^* O_n$ در آنها صدق می کند؛ یعنی، رابطه (7) برقرار است. اما در اینجا نیز در مورد شیء مطلق ناوردا θ رابطه (8) صدق می کند، بنابراین، به ازای زیر گروهی که از $\text{diff}(M)$ که $h^* \theta = \theta$ رابطه زیر برقرار خواهد بود.

$$\langle M, \theta, O_1, \dots, O_n \rangle | p = \langle M, \theta, h^* O_1, \dots, h^* O_n \rangle | h(p)$$

اما، در این حالت، زیر گروه مورد نظر با $\text{diff}(M)$ مساوی است، چون فرض بر این است که θ شیء هندسی ناوردا است. به این ترتیب، در این حالت، با اینکه نظریه شیء مطلق دارد، ناوردایی دیفئومورفیسم دقیقاً تقارن پیمانه ای است. پس حالتی داریم که شرط فریدمن برآورده نمی شود ولی شرط ارمن محقق می شود.

۵. نتیجه‌گیری

با توجه به مطالب گفته شد مشخص می‌شود که با اینکهنسبیت عام تمایز ناپذیری دستگاه‌های مختصات را گسترش داده است، دستگاه‌های مختصاتی وجود دارد که واجد نوعی ارجحیت است؛ یعنی، چارچوب‌های لخت موضعی به نوعی در نسبیت عام متمایز است. اما، آیا داشتن ارجحیت چارچوب‌های لخت به این معنی است که نسبیت عام نمی‌تواند این اندیشه فلسفی را که «واقعیت عینی باید مستقل از ناظر باشد» محقق کند. به نظر می‌رسد که با وجود چارچوب‌های لخت موضعی، باز هم می‌توان تقاضای فلسفی فوق را در نسبیت محقق دانست به این معنی که معادلات این نظریه ناوردای دیفئومورفیسم است، و در عین حال، این ناوردایی دیفئومورفیسم تقارن پیمانه‌ای است؛ یعنی، توصیف‌ها در تمام دستگاه‌های مختصات توصیف یک وضعیت فیزیکی است.

همچنین از بحث فوق مشخص شد که رویکرد فریدمن و ارمن تمایز مفهومی دارد. با اینکه با فرض شرط فریدمن شرط ارمن محقق خواهد شد، با فرض شرط ارمن ممکن است شرط فریدمن محقق نشود. به عبارت دیگر، به لحاظ مفهومی، می‌توان تقارن پیمانه‌ای را، که مدنظر ارمن است، حتی با داشتن اشیای مطلق هم برآورده ساخت؛ یعنی، با نقض معیار فریدمن در مورد نسبیت عام می‌توان تقارن پیمانه‌ای داشت. ولی، اگر معیار فریدمن در مورد نسبیت عام را بپذیریم، تقارن پیمانه‌ای هم خواهیم داشت و این معیار ارمن برآورده خواهد شد.

پی‌نوشت‌ها

۱. البته در اینجا به طور اخص دیدگاه فریدمن را بررسی خواهیم کرد.
۲. مطالب این بخش عمدتاً از (Isham, 1999) است؛ علی‌الخصوص فصول ۲ و ۳.
۳. تابع $f: X \rightarrow Y$ که از فضای توپولوژیک X به فضای توپولوژیک Y است، همئومورفیسم است هرگاه f دو سویی و پیوسته باشد و f^{-1} نیز پیوسته باشد. همچنین تابع $f: X \rightarrow Y$ پیوسته است هرگاه به ازای هر زیر مجموعه باز از Y چون V ، $f^{-1}(V)$ هم در X باز باشد.
۴. شکل از کتاب (Friedman, 1983: 51) اقتباس شده است.
۵. شکل از کتاب (Carroll, 2004: 430) اقتباس شده است.
۶. برای ملاحظه صورتی دیگر از تعریف شیء هندسی در (Trautman, 1965: 84, 85) مراجعه کنید.

۷. باید توجه داشت که در نظریه هایی که شیء مطلق دارند به طور کلی، شیء مطلق ناوردای باقی نمی ماند و به این معنا نمی توان همه مدل ها را توصیف کننده وضعیت فیزیکی یکسانی دانست، ولی اشیای هندسی ای که مطلق نیستند که در واقع در صورت بندی استاندارد نظریه این اشیای هستند که در معادلات باقی می ماند (شیء مطلق در صورت بندی استاندارد حذف می شود). مثلاً در صورت بندی چهار بعدی مکانیک نیوتنی که رابطه $\frac{d^2z^\mu}{dt^2} + \Gamma_{\rho\sigma}^\mu \frac{dz^\rho}{dt} \frac{dz^\sigma}{dt} = 0$ برای حرکت بدون شتاب برقرار است صورت بندی استاندارد به شکل $\frac{d^2z^\mu}{dt^2} = 0$ خواهد بود؛ یعنی، چون $\Gamma_{\rho\sigma}^\mu = 0$ است از معادله حذف می شود) دقیقاً مدل هایی یکسانی را در تبدیل دیفئومورفیسم معین می سازند.

۸. در واقع، تبدیلات دیفئومورفیسم در اینجا همان خود ریختی ها هستند.

۹. در واقع این تبدیل همان دیفئومورفیسم است که در اینجا به خود ریختی تقلیل می یابد.

۱۰. ارمن از حرف d برای دیفئومورفیسم استفاده کرده که ما در اینجا برای هماهنگی با بیان های پیشین از حرف h استفاده کرده ایم.

۱۱. برای مشاهده تعریف تقارن به ضمیمه کتاب فریدمن (۱۹۸۳) مراجعه کنید.

کتابنامه

- Anderson, J. L. (1967). Principles of Relativity Physics. New York: Academic Press. Anderson and Gaumeau R 1969 Phys. Rev. 185 165.5461
- Earman, J. (2006). The implications of general covariance for the ontology and ideology of spacetime. See Dieks (2006), pp. 3–24.
- Earman, J. and J. D. Norton (1987). What price spacetime substantivalism? the hole story. The British Journal for the Philosophy of Science 38, 515–525.
- Friedman, M. (1973). Relativity principles, absolute objects and symmetry groups. In Suppes, P., editor, Space, Time, and Geometry, pages 296–320. D. Reidel, Dordrecht.
- Friedman, M. (1983). Foundations of Space-Time Theories: Relativistic Physics and Philosophy of Science. Princeton University Press.
- Isham, C. J. (1999). Modern differential geometry for physicists, World Scientific, Singapore.
- Kretschmann, E. (1917). Über den physikalischen Sinn der Relativitätspostulate. Annalen der Physik 53, 575–614.
- Maidens, A. (1998). Symmetry groups, absolute objects and action principles in general relativity. Studies in the History and Philosophy of Modern Physics, 29, 245.

- Malament, D.B. (2012). *Topics in the Foundations of General Relativity and Newtonian Gravitation Theory*. Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Norton, J. D. (1993). General covariance and the foundations of general relativity: Eight decades of dispute. *Reports on Progress in Physics* 56(7), 791–858.
- Norton, J. D. (2003). General covariance, gauge theories, and the Kretschmann objection, in Brading, K., & Brown, H. (2003). *Symmetries and Noether's theorems*. In K. Brading, & E. Castellani (Eds), *Symmetries in physics: Philosophical reflections* (pp. 89–109). Cambridge: Cambridge University Press.
- Pitts, J. B. (2005). The Relevance of Irrelevance: Absolute Objects and the Jones-Geroch Dust Velocity Counterexample, with a Note on Spinors
- Pitts, J. B. (2006). Absolute objects and counterexamples: Jones-Geroch dust, Torretti constant curvature, tetrad-spinor, and scalar density. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 37:347. [gr-qc/0506102v4](http://arXiv.org/abs/gr-qc/0506102v4).
- Pooley, O. (2010). Substantive general covariance: Another decade of dispute. In M. Suárez, M. Dorato, and M. Rédei (Eds.), *EPSA Philosophical Issues in the Sciences: Launch of the European Philosophy of Science Association, Volume 2*, pp. 197–209. Dordrecht: Springer.
- Pooley, O. (2007). Absolute Objects, Counterexamples and General Covariance, <http://philsci-archive.pitt.edu/3284>.
- Trautman, A. (1965). Foundations and current problems of General Relativity. In Deser, S. and Ford, K. W., editors, *Lectures on General Relativity*, pages 1–248. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey. Brandeis Summer Institute in Theoretical Physics.